Analyse der pp-Streuung im GeV-Bereich anhand des Mesonaustauschmodells

von

Annette Schwick

Diplomarbeit in Physik

angefertigt im

Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik

vorgelegt der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität

Bonn

im November 2004

Ich versichere, daß ich diese Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Bonn, 12. November 2004 Annette Schwick

Referent: Prof. Hinterberger
Koreferent: Prof. Bisplinghoff

Zusammenfassung

Das Mesonaustauschmodell beschreibt die pp-Streudaten bis 1 GeV relativ gut. Ein Ansatz zur Erweiterung des Modells zu höheren Energien ist die Berücksichtigung weiterer baryonischer Resonanzen. Diese Arbeit beschreibt die Vorgehensweise und die Ergebnisse dieser Erweiterung. Dazu wurden die Modellvorhersagen mit Partialwellenanalysen von SAID und mit dem Weltdatensatz der pp-Streuobservablen verglichen. Das Modell enthält konsistent alle Mesonen bis zu einer Masse von 1 GeV und neben der Δ-Resonanz auch die Resonanz $N(1440)P_{11}$. Die Parameter wurden an die neuen Phasenanalysen angepasst. Es zeigt sich, dass die Berücksichtigung der Resonanz $N(1440)P_{11}$ nicht ausreicht, um die NN-Wechselwirkung oberhalb 1 GeV zu beschreiben. Eine bessere Beschreibung der Realteile der Partialwellen wird durch einen relativ geringen Beitrag des Δ-Isobars gegeben. Bei einem Cut-Off-Parameter von ca. 800 MeV wird für die $N\Delta\pi$-Kopplungskonstante der Quarkmodell-Wert $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$ bevorzugt. Bei einem sehr kleinen Cut-Off-Parameter von ca. 600 MeV sind die Beschreibungen unter Verwendung der Quarkmodell-Vorhersage $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$ bzw. der Chew-Low-Modell-Berechnung $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.35$ gleich gut. Es konnte gezeigt werden, dass bei höheren Energien die schlechte Beschreibung der Analysierstärke A_N direkt mit der Vorhersage der $^3\mathrm{P}_2$-Phase zusammenhängt.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Wie kaum ein anderes Gebiet der Physik hat die Untersuchung der Kraft, die die Atomkerne zusammenhält, das Interesse auf sich gezogen. Schon seit den 30er Jahren des letzten Jahrhunderts sind die grundlegenden Eigenschaften der Kernkraft bekannt, doch mit der Entwicklung immer energiereicherer Beschleuniger konnte man das Wissen in diesem Bereich enorm erweitern. Mit der Entdeckung der Struktur der Nukleonen wurde das Standardmodell der starken Wechselwirkung –und damit die Quantenchromodynamik (QCD)– entwickelt. Es wurde klar, dass die Kernkraft keine fundamentale Kraft ist, sondern das effektive Verhalten der starken Wechselwirkung bei niedrigen Energien beschreibt.

Für die Kernphysik von grundlegender Bedeutung ist dabei die Wechselwirkung zwischen zwei Nukleonen als Grundlage für das Verständnis der Struktur der Atomkerne. Entsprechend wurden in den letzten Jahrzehnten sowohl auf theoretischer wie auf experimenteller Seite große Anstrengungen unternommen, das Verständnis der Nukleon-Nukleon(NN)-Wechselwirkung zu erweitern. Dadurch verfügen wir heute über eine NN-Datenbasis, mit der die Streuphasen bis zu Laborenergien von ca. 1 GeV eindeutig bestimmt werden können, und Modelle, die bis ca. 300 MeV die Daten hervorragend beschreiben. Oberhalb der Pion-Produktionsschwelle bei ca. 300 MeV müssen auf theoretischer Seite Probleme der Vielteilchen-Unitarität, der Relativistik und der beitragenden Baryon-Resonanzen bewältigt werden. Dies ist bisher nicht in voller Komplexität gelungen, doch beschreibt das erweiterte Mesonaustauschmodell die experimentellen Daten bis ca. 1 GeV zumindest qualitativ gut.

Weil oberhalb von 1 GeV für die meisten Polarisations-Observablen wenig experimentelle Daten vorhanden waren, waren auch die Streuphasen dort nicht eindeutig bekannt. Dadurch war eine Erweiterung der Modelle über 1 GeV schwer überprüfbar. Mit dem EDDA-Experiment wurde die Datenbasis der Proton-Proton-Streuung bei mittleren Energien, d.h. 0.5-2.5 GeV, verbessert, sodass zuverlässigere Streuphasen bei diesen Energien gewonnen werden können.

Dadurch motiviert, werden nun Versuche unternommen, das bestehende Mesonaustauschmodell bis 1 GeV noch besser an die Phasenanalysen und die experimentellen Daten anzupassen und auf höhere Energien auszuweiten. Ein Ansatz ist die Betrachtung weiterer Baryon-Resonanzen. Tabelle 1.1 zeigt die Schwellenergien einiger

Zerfälle. Oberhalb von 1 GeV treten also neben der Δ-Resonanz, die schon lange im Modell integriert ist [?], auch die Roper-Resonanz $N(1440)P_{11}$ und die Resonanz $N(1535)S_{11}$ auf. Mit weiter wachsender Energie kommen noch mehr Freiheitsgrade ins Spiel. Deshalb ist zu erwarten, dass von einem gewissen Energiebereich an die NN-Wechselwirkung nicht mehr in dieser Form berechnet werden kann, und andere Methoden angewandt werden müssen.

Bis ca. 1.5 GeV könnten aber noch die einfachsten Resonanzen ausreichen, die den Erfolg des Mesonaustausch-Modells vielleicht auch in diesen Bereich ausdehnen können. Diese Arbeit beschreibt die Durchführung und die Ergebnisse dieser Erweiterungen. Sie wurde in enger Zusammenarbeit mit Frau Prof. Elster an der Ohio University entwickelt.

Zerfall	Laborenergie [MeV]
$NN \to NN\pi$	286
$NN \to NN\pi\pi$	593
$NN \to N\Delta$	632
$NN \to N\Delta\pi$	965
$NN \to NN\eta$	1253
$NN \to NN(1440)$	1136
$NN \to NN(1535)$	1381
$NN \to \Delta\Delta$	1355
$NN \to N(1440)\Delta$	1924
$NN \to NN\pi\eta$	1620
$NN \to N(1440)N(1440)$	2539
$NN \to NN(1535)$	1345
$NN \to NN(1600)$	1558
$NN \to NN(1620)$	1612

Tabelle 1.1: Schwell-Energien (kinetische Energie im Laborsystem bei ruhendem Target)

Nach einer Einführung in die Streutheorie und die Phasenanalysen als Schnittstelle zwischen Theorie und Experiment in Kapitel 2, werde ich in Kapitel 3 auf das Mesonaustauschmodell in der hier verwendeten Form und die Erweiterungen dazu eingehen. Dann werden in Kapitel 4 die verwendeten Methoden und Programme kurz vorgestellt, während Kapitel 5 schließlich die Auswirkungen auf die Streuphasen und Observablen und die weiteren Ergebnisse meiner Analysen beschreibt.

Kapitel 2

Streutheorie

In diesem Kapitel gebe ich ein kurze Einführung in die Methoden und den Formalismus, die zur Phasenanalyse und zur theoretischen Beschreibung der Observablen führen. Eine genauere Beschreibung der Streutheorie findet sich z.B. in [?, ?, ?]. Die Streuung von Teilchen mit Spin wird außerdem in [?, ?] behandelt. Die in der Nukleon-Nukleon-Streuung gebräuchlichen Konventionen werden in [?, ?] erläutert. Außerdem verweise ich auf [?] als gute Zusammenfassung.

2.1 Streutheorie

Wird ein Teilchen, das quantenmechanisch durch die Wellenfunktion $|\psi\rangle$ beschrieben wird, an einem Potential V gestreut, so ist nicht die eigentliche Streuung beobachtbar, sondern nur Anfangs- und Endzustand ($|\psi_{in}\rangle$ bzw. $|\psi_{out}\rangle$), die asymptotisch als frei und unabhängig vom Streupotential betrachtet werden. Der Zusammenhang zwischen $|\psi_{in}\rangle$ und $|\psi_{out}\rangle$ wird durch den Streuoperator S gegeben:

$$|\psi_{out}\rangle \,=\, S\,|\psi_{in}\rangle \tag{2.1}$$

Aus der Normierung der Wellenfunktionen $|\psi_{in}\rangle$ und $|\psi_{out}\rangle$ folgt direkt die Unitarität des Streuoperators:

$$\mathbb{1} \,=\, \langle\psi_{out}|\psi_{out}\rangle \,=\, \langle\psi_{in}|\, S^\dagger S\,|\psi_{in}\rangle \,=\, \langle\psi_{in}|\psi_{in}\rangle \quad \Rightarrow \quad S^\dagger S \,=\, \mathbb{1} \tag{2.2}$$

Wird die Wellenfunktion nach Basiszuständen entwickelt, kann der Operator als Matrix ausgedrückt werden, sodass man oft auch von der Streumatrix S spricht.
Die Streuung läßt sich aufteilen in einen Term, der die freie Propagation des Teilchens beschreibt, und einen weiteren, der für die eigentliche Wechselwirkung steht und durch die Transfer-Matrix T [1] dargestellt wird:

$$S \,=\, 2i\,T \,+\, \mathbb{1} \tag{2.3}$$

Die T-Matrix und damit der Streuprozess, werden durch die Lippmann-Schwinger-Gleichung beschrieben:

$$T(z) \,=\, V(z) \,+\, V(z)\,\frac{1}{z \,-\, H_0 \,\pm\, i\epsilon}\,T(z) \tag{2.4}$$

[1] Die Transfer-Matrix wird oft auch mit M bezeichnet.

Hier ist $V(z)$ das Streupotential und H_0 der freie Hamiltonoperator.
Eine Wellenfunktion $|\psi\rangle$ kann nach ebenen Wellen $|\psi_k\rangle$, die eine Lösung der freien stationären Schrödingergleichung $H_0|\psi_k(\vec{x})\rangle = E|\psi_k(\vec{x})\rangle$ mit $E_k = \sqrt{\hbar^2 k^2 + m^2}$ darstellen, entwickelt werden. Wird eine ebene Welle $|\psi_k(\vec{x})\rangle = e^{i\vec{k}\vec{x}}$ an einem Potential $V(\vec{x})$ gestreut, ergibt sich bei großem Abstand r vom Streuzentrum als gestreute Wellenfunktion die Summe einer ebenen Welle und einer gestreuten Kugelwelle:

$$|\psi_k(\vec{r})\rangle \overset{r\to\infty}{\longrightarrow} e^{i\vec{k}\vec{r}} + \frac{e^{ikr}}{r} f_k(\theta,\phi) \tag{2.5}$$

Die *Streuamplitude* $f_k(\theta,\phi)$ beinhaltet die gesamte Information über den Streuprozess. Sie hängt direkt mit der T-Matrix zusammen:

$$f = \frac{2\pi}{\hbar k} T \tag{2.6}$$

Ihr Betrags-Quadrat liefert den differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_k(\theta,\phi)|^2 \tag{2.7}$$

2.2 Streuung zweier Spin-1/2-Teilchen

Für Nukleonen als Fermionen mit Spin 1/2 müssen die Methoden des vorigen Abschnitts erweitert werden. Die zusätzlichen Spinfreiheitsgrade erweitern das System enorm, und die verschiedenen Spin-Kombinationen der beiden Nukleonen resultieren in einer Vielzahl von Observablen.

Ein Teilchen mit Spin 1/2 kann die beiden Spin-Eigenzustände $|+\rangle$ und $|-\rangle$ einnehmen, bei zwei Teilchen gibt es die vier Eigenzustände $|++\rangle$, $|+-\rangle$, $|-+\rangle$ und $|--\rangle$. Sie spannen eine orthonormale Basis des Spinraums $|\phi_n\rangle$ auf, durch die jeder reine Zustand $|\psi^{(i)}\rangle$ ausgedrückt werden kann:

$$|\psi^{(i)}\rangle = \sum_n c_n |\phi_n\rangle = \sum_n |\phi_n\rangle \langle\phi_n|\psi^{(i)}\rangle \tag{2.8}$$

In Streuexperimenten ist es nicht möglich, ein reines System zu präparieren. Sowohl im Strahl als auch im Target verteilen sich die Teilchen statistisch auf diese Zustände $|\psi_i\rangle$ von denen jeder mit der Wahrscheinlichkeit p_i auftritt. In diesem Fall ist der Erwartungswert einer Observablen $\hat{O}$:

$$\langle\hat{O}\rangle = \sum_i p_i \langle\psi_i|\hat{O}|\psi_i\rangle \quad \text{mit} \sum_i p_i = 1 \tag{2.9}$$

Entwickelt man $|\psi^{(i)}\rangle$ nach der Basis $|\phi_n\rangle$, so erhält man für den Erwartungswert aus Gl.2.9:

$$\langle\hat{O}\rangle = \sum_{n,m} \langle\phi_n|\hat{O}|\phi_m\rangle \sum_i p_i \langle\phi_m|\psi^{(i)}\rangle\langle\psi^{(i)}|\phi_n\rangle \tag{2.10}$$

Führt man nun den Dichteoperator $\hat{\rho}$ ein

$$\hat{\rho} \equiv \sum_i |\psi^{(i)}\rangle \, p_i \langle\psi^{(i)}| \,, \tag{2.11}$$

ergibt sich schließlich:

$$\langle\hat{O}\rangle = \sum_{n,m} \langle\phi_n|\,\hat{O}\,|\phi_m\rangle\langle\phi_m|\,\hat{\rho}\,|\phi_n\rangle = \mathrm{Spur}(\hat{O}\hat{\rho}) \tag{2.12}$$

Der Erwartungswert eines beliebigen Operators $\hat{O}$ errechnet sich also aus der Spur des Produkts von Dichtematrix und der Matrixdarstellung des Operators. Die Dichtematrix ist hermitesch, ($\hat{\rho}^* = \hat{\rho}$) und wegen $\sum_N p_n = 1$ ist ihre Spur 1.
Die Dichtematrix ist die Verbindung zum Experiment, da ihre Form vom Aufbau des Experiments abhängt, d.h. der Präparation von Strahl- und Target-Spin. Für ein polarisiertes Teilchen lautet die Dichtematrix $\hat{\rho} = \frac{1}{2}(1 + \vec{p}\cdot\vec{\sigma})$, wobei hier $\vec{p} = (< p_x >, < p_y >, < p_z >) = (< \sigma_x >, < \sigma_y >, < \sigma_z >)$ der Polaristationsvektor[2] ist. Bei zwei polarisierten Teilchen ergibt sich die Dichtematrix aus dem direkten Produkt der einzelnen Dichtematrizen:

$$\rho = \frac{1}{4}\,(1 + \vec{p}_1\cdot\vec{\sigma}_1) \otimes (1 + \vec{p}_2\cdot\vec{\sigma}_2) \tag{2.13}$$

Ist der betrachtete Zustand unpolarisiert, so ist die Dichtematrix einfach die Einheitsmatrix dividiert durch die Anzahl an Spinzuständen, d.h. in diesem Fall ist $\rho = \frac{1}{4}\,\mathbb{1}$.
Da sich in einem Streuexperiment die Spinzustände ändern, ändert sich entsprechend die Dichtematrix. Statt über die Anfangs-Zustände $|\psi_{in}^{(i)}\rangle$ wird nun über die End-Zustände $|\psi_{out}^{(i)}\rangle$ summiert. Aus Gl.2.1 folgt:

$$\hat{\rho}_{out} = \sum_i p_i\,|\psi_{out}^{(i)}\rangle\langle\psi_{out}^{(i)}| = \sum_i p_i\,T\,|\psi_{in}^{(i)}\rangle\langle\psi_{in}^{(i)}|T^\dagger = T\,\rho_{in}\,T^\dagger \tag{2.14}$$

Der Erwartungswert eines Operators $\hat{O}$ im Ausgangskanal folgt nun aus der Übergangsmatrix und der Dichtematrix des Eingangskanals:

$$\langle\hat{O}\rangle = Spur(\,\hat{O}\,T\,\rho_{in}\,T^\dagger\,) \tag{2.15}$$

Eine Basis der hermiteschen 4×4-Matrizen sind die σ_{ij}, die als direktes Produkt der 2×2-Paulimatrizen $\sigma_{x\ldots z}$ und der 2×2-Einheitsmatrix definiert sind:

$$\sigma_{ij} = \sigma_i^{(1)} \otimes \sigma_j^{(2)} \quad ; i,j = 0,x,y,z \qquad ; \sigma_0 \equiv \mathbb{1} \tag{2.16}$$

Die Indizes (1) und (2) beziehen sich dabei auf das jeweilige Teilchen. So kann der Operator zu einer Observablen $(b\,t; s\,r)$ [3] , die von der Polarisation des Strahls (b), des

[2] Der Betrag von $\vec{p}$ gibt den Polarisationsgrad an, daher muß $|\vec{p}| \leq 1$ gelten

[3] $(b\,t; s\,r)$ ist die Argonne-Notation. Bystricky et al schreiben X_{srbt}, ändern also die Reihenfolge der Indizes. Außerdem werden die Kurzbezeichnungen verwendet, die in Tabelle 2.1 aufgeführt sind.

Name	Kurzform	$(b\,t; s\,r)$
Analysiersträrke, Polarisation	A_N	$(N\,0; 0\,0)$
Spinkorrelation	A_{ij}	$(i\,j; 0\,0)$
Depolarisation	D_{ij}	$(i\,0; j\,0)$
Polarisations-Transfer	K_{ij}	$(i\,0; 0\,j)$

Tabelle 2.1: Verwendete Kurzformen der Observablen

Targets (t), des gestreuten Teilchen (s) und des Recoils (r) abhängt, durch σ_{bt} und σ_{sr} ausgedrückt werden. Der Erwartungswert des Operators, also die Observable, berechnet sich über:

$$(b\,t; s\,r) = \frac{Spur(\,\sigma_{sr}\,T\,\sigma_{bt}\,T^{\dagger})}{Spur(\,T\,T^{\dagger})} \qquad ; \qquad b, t, r, s \in 0, x, y, z \tag{2.17}$$

Der Index 0 bedeutet, dass die Polarisation der Ausgangs-Teilchen nicht gemessen wird, bzw. dass das Eingangsteilchen unpolarisiert ist. Die Indizes x, y, z geben die Spin-Richtung an. Zur Normierung wird der unpolarisierte differentielle Wirkungsquerschnitt genutzt:

$$(0\,0; 0\,0) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4}\,Spur(\,T\,T^{\dagger}) \tag{2.18}$$

Die insgesamt 256 möglichen Observablen reduzieren sich durch die Symmetrien der starken Wechselwirkung (Invarianz gegen Paritäts- und Zeitumkehr und das Pauliprinzip) zu 25 linear unabhängigen Größen. Tabelle 2.1 zeigt einige üblicherweise verwendete Kurzformen.

2.2.1 Streuamplituden

Entwickelt man die Streumatrix T nach den σ_{ij}

$$T = \sum_{i,j} a_{ij}\,\sigma_{ij} \qquad i, j \in 0, x, y, z\ , \tag{2.19}$$

so erhält man 16 komplexe Amplituden a_{ij}, die die Streumatrix bestimmen. Durch die Forderung der Zeitumkehr-Invarianz, der Paritätserhaltung und des Pauliprinzips (bei identischen Teilchen) genügt es, fünf linear unabhängige komplexe Amplituden zu bestimmen. Bei fünf komplexen Größen sind insgesamt zehn reelle Zahlen zu bestimmen (z.B. Betrag und Phase) [4].
In der Literatur werden verschiedene Parametrisierungen benutzt. Eine anschauliche Parametrisierung ist die Darstellung der T-Matrix mit Hilfe der Helizitätszustände nach Jakob und Wick [?], für die die jeweilige z-Achse in Richtung des individuellen Teilchenimpulses gewählt wird, wodurch die Eigenzustände $|\pm\rangle$ positive bzw.

[4] Da nur relative Phasen zu beobachten sind, kann eine Phase frei festgelegt werden, sodass insgesamt nur neun reelle Größen zu bestimmen sind.

negative Helizität haben. In dieser Basis kann man den σ_{ij} leicht eine physikalische Bedeutung zuordnen. Z.B. lautet die Matrix σ_{xz}:

$$\sigma_{xz} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_z \\ \sigma_z & 0 \end{pmatrix} = \begin{array}{c} \\ ++ \\ +- \\ -+ \\ -- \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} ++ & +- & -+ & -- \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \tag{2.20}$$

Dieser Term der T-Matrix entspricht einem Spinflip des Teilchen (1). Die T-Matrix lautet in dieser Basis:

$$T = \begin{array}{c} \\ ++ \\ +- \\ -+ \\ -- \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} ++ & +- & -+ & -- \end{array} \\ \begin{pmatrix} \langle ++|T|++\rangle & & & \\ & \cdots & & \\ & & \cdots & \\ & & & \langle --|T|--\rangle \end{pmatrix} \end{array}$$

Aus den Matrixelementen folgen die Streuamplituden $\Phi_{1...5}$:

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= \langle ++|T|++\rangle &=& \langle --|T|--\rangle \\
\Phi_2 &= \langle ++|T|--\rangle &=& \langle --|T|++\rangle \\
\Phi_3 &= \langle +-|T|+-\rangle &=& \langle -+|T|-+\rangle \\
\Phi_4 &= \langle +-|T|-+\rangle &=& \langle -+|T|+-\rangle \\
\Phi_5 &= \langle ++|T|+-\rangle &=& \langle --|T|-+\rangle = \langle -+|T|--\rangle = \langle ++|T|-+\rangle \\
& &=& \langle +-|T|++\rangle = \langle -+|T|++\rangle \\
& &=& \langle +-|T|--\rangle = \langle --|T|+-\rangle
\end{aligned}$$

Es gibt noch viele andere Entwicklungen der T-Matrix. Eine häufig benutzte Darstellung ist die Parametrisierung nach Bystricky et al ([?]):

$$\begin{aligned}
T &= \frac{1}{2}[(a+b) + (a-b)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{n}) \otimes (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{n}) + \\
&+ (c+d)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{m}) \otimes (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{m}) + (c-d)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{l}) \otimes (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{l}) + \\
&+ e(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \vec{n}] \,.
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Die Basisvektoren $\vec{l}, \vec{m}$ und $\vec{n}$ werden in (Gl.2.23) definiert.

Arndt [?]	Helizität [?]	Bystricky [?]
$2H_1/k$	$\Phi_1 - \Phi_2$	$b - c$
$2H_2/k$	$\Phi_3 + \Phi_4$	$b + c$
$2H_3/k$	$\Phi_3 - \Phi_4$	$az + ies - d$
$2H_4/k$	$-2\Phi_5$	$as - iez$
$2H_5/k$	$\Phi_1 + \Phi_2$	$az + ies + d$

Tabelle 2.2: Umrechnungen zwischen verschiedenen Parametrisierungen der Streuamplituden. k ist der Impuls im Schwerpunkts(cm)-System, $z = \cos\theta_{cm}$, $s = \sin\theta_{cm}$

In dieser Arbeit wird vor allem die Parametrisierung nach Arndt [?] benutzt. Der Zusammenhang zwischen den Helizitätsamplituden und den Amplituden nach Bystricky bzw. Arndt ist in Tabelle 2.2 zusammengefaßt. In Abschnitt 2.5 wird der Zusammenhang zwischen den Amplituden und Partialwellen dargelegt.

2.3 Koordinatensysteme

In der Literatur werden verschiedene Koordinatensysteme benutzt. Ich werde die Observablen in der Argonne-Notation [?] darstellen, die bis auf die Achsenbezeichnung mit der Notation nach Bystricky et al [?, ?] und der Madison-Konvention [?] identisch ist. Es gibt jeweils ein orthogonales Koordinatensystem für die einlaufenden und die auslaufenden Teilchen, bei dem die z-Achse ($\hat{L}$) in die Richtung des jeweiligen Impulsvektors zeigt. Die positive y-Achse ($\hat{N}$) zeigt bei allen Systemen in die Richtung der Normalen aus der Streuebene heraus, die x-Achse ($\hat{S}$) zeigt senkrecht zu den beiden anderen Achsen "seitwärts" in die Streuebene hinein. Wird der Einheitsvektor in Impulsrichtung des Strahls mit $\vec{k}_{in}$ und der des gestreuten Teilchens mit $\vec{k}_{out}$ bezeichnet, so ist das System (S,N,L) des Strahls gegeben durch:

$$\begin{aligned} \hat{L} &= \hat{k}_{in} \\ \hat{N} &= \hat{k}_{in} \times \hat{k}_{out} \\ \hat{S} &= \hat{N} \times \hat{L}\ . \end{aligned} \tag{2.22}$$

Das System (S',N',L') des gestreuten Teilchens und des Recoils (S",N",L") ergibt sich analog mit den jeweiligen Impulsvektoren als L' bzw L".

Die Amplituden nach Bystricky et al. sind dagegen im Schwerpunktsystem mit anderer Konvention gegeben. Es gibt nur ein Koordinatensystem für ein- und auslaufende Teilchen, und die Basisvektoren $\vec{l}, \vec{m}$ und $\vec{n}$ sind wie folgt definiert:

$$\vec{l} = \frac{\vec{k}_{out} + \vec{k}_{in}}{|\vec{k}_{out} + \vec{k}_{in}|} \qquad \vec{m} = \frac{\vec{k}_{out} - \vec{k}_{in}}{|\vec{k}_{out} - \vec{k}_{in}|} \qquad \vec{n} = \frac{\vec{k}_{out} \times \vec{k}_{in}}{|\vec{k}_{out} \times \vec{k}_{in}|} \tag{2.23}$$

Weitere Konventionen werden in [?, ?] besprochen.

2.4 Polarisations-Observable

Wir betrachten zunächst Streuexperimente, bei denen nur die Polarisation im Eingangskanal bekannt ist. Die grundsätzliche Messgröße bei Streuexperimenten ist die Streurate, die in diesem Fall nur von den Winkeln θ und ϕ abhängt, und damit verbunden der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega_{cm}}$.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Spur(T\hat{\rho}_{in}T^{\dagger}) \tag{2.24}$$

Aus Gl. 2.13 folgt die Dichtematrix bei polarisiertem Strahl (p) und Target (q). Unter Berücksichtigung der Symmetrien der starken Wechselwirkung lässt sich der Wirkungsquerschnitt nach fünf Spinobservablen entwickeln. Im Reaktionssystem (SNL) ergibt sich unter Verwendung der Kommutativität der Spurbildung [5] :

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{4}Spur(TT^{\dagger}) + (\,p_N + q_N\,)\,\frac{1}{4}Spur(T\sigma_{N0}T^{\dagger}) + p_N q_N\,\frac{1}{4}Spur(T\sigma_{NN}T^{\dagger}) \\
&\quad + p_S q_S\,\frac{1}{4}Spur(T\sigma_{SS}T^{\dagger}) + p_L q_L\,\frac{1}{4}Spur(T\sigma_{LL}T^{\dagger}) + (\,p_S q_L + p_L q_S\,)\,\frac{1}{4}Spur(T\sigma_{SL}T^{\dagger}) \\
&= \frac{d\sigma_0}{d\Omega}(\,1 + (\,p_N + q_N\,)\,A_N + p_N q_N\,A_{NN} + p_S q_S\,A_{SS} + p_L q_L\,A_{LL} + (\,p_S q_L + p_L q_S\,)\,A_{SL}\,)
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Hierbei bezeichnen $\frac{d\sigma_0}{d\Omega}$ den unpolarisierten Wirkungsquerschnitt, A_N die Analysierstärke und A_{SS} , A_{LL} , A_{NN} und A_{SL} die Spinkorrelationsparameter. Von diesen sechs Meßgrößen können alle bis auf A_{LL} durch das EDDA-Experiment ermittelt werden.

Drückt man die T-Matrix durch die Streuamplituden aus und errechnet die Spur, so erhält man den Zusammenhang zwischen den Amplituden und den Observablen. Tabelle 2.3 zeigt die Ergebnisse für die Amplituden nach Arndt und Roper. Prinzipiell

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_0}{d\Omega_{cm}} &= \tfrac{1}{4}\,Spur(TT^{\dagger}) &&= \tfrac{1}{k^2}\left(\textstyle\sum_{i=1}^{5}|H_i|^2 + |H_4|^2\right) \\
A_N\,\frac{d\sigma_0}{d\Omega_{cm}} &= \tfrac{1}{4}\,Spur(T\sigma_{N0}T^{\dagger}) &&= \tfrac{2}{k^2}\,\Im[(\,H_3 + H_5\,)\,H_4^*\,] \\
A_{NN}\,\frac{d\sigma_0}{d\Omega_{cm}} &= \tfrac{1}{4}\,Spur(T\sigma_{NN}T^{\dagger}) &&= \tfrac{1}{k^2}\,(-\,|H_1|^2 - |H_2|^2 + |H_3|^2 + 2|H_4|^2 + |H_5|^2) \\
A_{SS}\,\frac{d\sigma_0}{d\Omega_{cm}} &= \tfrac{1}{4}\,Spur(T\sigma_{SS}T^{\dagger}) &&= \tfrac{1}{k^2}\,(-\,|H_1|^2 + |H_2|^2 - |H_3|^2 + |H_5|^2) \\
A_{LL}\,\frac{d\sigma_0}{d\Omega_{cm}} &= \tfrac{1}{4}\,Spur(T\sigma_{LL}T^{\dagger}) &&= \tfrac{1}{k^2}\,(-\,|H_1|^2 + |H_2|^2 + |H_3|^2 - |H_5|^2) \\
A_{SL}\,\frac{d\sigma_0}{d\Omega_{cm}} &= \tfrac{1}{4}\,Spur(T\sigma_{SL}T^{\dagger}) &&= \tfrac{2}{k^2}\,\Re[(\,H_3 - H_5\,)\,H_4^*\,]
\end{aligned}$$

Tabelle 2.3: Zusammenhang zwischen Observablen und den Streuamplituden nach Arndt und Roper

kann man von den gemessenen Observablen auf die Streuamplituden zurückrechnen, diese sechs Observablen reichen aber nicht aus, um fünf komplexe Amplituden zu ermitteln. Um weitere Informationen über den Streuprozess zu erlangen, ist die

[5] $Spur(\sigma_{xy}) = Spur(\sigma_{yx})$

Kenntnis der Polarisations-Observablen, die auch vom Spin der gestreuten Teilchen abhängen, notwendig.
Um die Polarisation im Ausgangskanal zu messen, sind Experimente mit Doppelstreuung notwendig. Zusätzlich zu den oben eingeführten Größen ergeben sich weitere Spinobservablen, z.B. die Depolarisations-Parameter D_{ij}, die von der Polarisation des Strahls (Index i) und des gestreuten Teilchens (j) abhängen, und die Spintransfer-Parameter K_{ij}, die z.B. die Polarisation des Strahls mit der des Recoil-Teilchens verbinden. Außerdem gibt es Größen, bei denen mehr als zwei Polarisationen gemessen werden und daher drei oder vier Indizes auftreten. Die Ausdrücke dieser Observablen im Laborsystem sind allerdings länger. Es sei hier auf die Literatur [**?**] verwiesen.
Sind bei einer Energie und unter einem Streuwinkel genügend Observable bekannt, kann eine direkte, modellunabhängige Rekonstruktion der Amplituden durchgeführt werden. Allerdings sind bisher nur bei wenigen Energien genug Daten genommen worden.

2.5 Partialwellenanalyse

Bei der Partialwellenanalyse werden die stationären Zustände nach Eigenfunktionen des Drehimpulses entwickelt. Da Gesamtdrehimpuls J und Parität π unter der starken Wechselwirkung erhalten sind, kann die Streuung für jedes J^π separat betrachtet werden.
Außerdem reicht es, bei einer kurzreichweitigen Wechselwirkung nur Partialwellen bis zu einem bestimmten J zu betrachten. Klassisch entspricht einem Bahndrehimpuls L ein bestimmter Abstand R zum Streuzentrum: $\hbar L_{max} = Rp_{cm}$. Je höher die Energie ist, desto mehr Partialwellen müssen betrachtet werden.

2.5.1 Teilchen ohne Spin

Wenn die Wechselwirkung rotationssymmetrisch und zentral ist, kommutieren sowohl der Drehimpulsoperator wie auch seine dritte Komponente mit dem Streuoperator. Die Entwicklung der stationären Zustände (Gl. 2.5, wobei ich die k-Abhängigkeit nun ins Argument der Funktion schreibe) nach Kugelflächenfunktionen hängt dann nicht vom Azimutwinkel ϕ ab, sodass nur die Legendre-Polynome $P_l(\cos\theta)$ [6] in die Gleichung eingehen

$$\psi(\vec{k},\vec{x}) = \sum_{l=0}^{\infty} i^l\,(2l+1)\,R_l(k,r)\,P_l(\cos\theta) \tag{2.26}$$

Zu bestimmen ist noch der Radialteil $R_l(k,r)$, während die Winkelabhängigkeit über die Legendre-Polynome festgelegt ist.

[6] Hier ist θ der Winkel zwischen Impulsvektor $\vec{k}$ und Ortsvektor $\vec{x}$.

Bei großen[7] Abständen r kann der Radialteil als Summe einer ein- und einer auslaufenden Kugelwelle geschrieben werden, wobei die auslaufende Welle mit dem Eigenwert S_l der diagonalisierten Streumatrix gewichtet wird [?].
Schreibt man die Eigenwerte S_l als

$$S_l(E) = e^{2i\delta_l(E)} \qquad \Rightarrow T_l = \frac{S_l - 1}{2i} = e^{i\,\delta_l} \sin\delta_l \ , \tag{2.27}$$

wird der Radialteil asymptotisch gegeben durch:

$$R_l(k,r) \stackrel{r\to\infty}{=} \frac{e^{i\delta_l}}{kr} \sin(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l) \tag{2.28}$$

Dieses Ergebnis unterscheidet sich von der freien Lösung nur durch die Phasenverschiebung δ_l, die in Gl. 2.27 eingesetzt direkt die Eigenwerte der Streumatrix ergibt. Anhand des Vorzeichens der Phasenverschiebung lässt sich sofort feststellen, ob die Wechselwirkung attraktiv (δ_l positiv) oder repulsiv (δ_l negativ) ist. Bei elastischer Streuung muss für jede Partialwelle einzeln die Unitarität gewährleistet sein ($|S_l(E)| = 1$), δ ist rein reell. Bei Öffnung des inelastischen Kanals gilt $|S_l(E)| \leq 1$, und δ wird komplex. Das wird oft als $S_l = \eta_l e^{2i\delta_l}$ geschrieben.
Nach Gl. 2.6 und 2.7 folgt die Partialwellenentwicklung des unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitts:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1)\, T_l\, P_l\, (\cos\theta) \right|^2 \tag{2.29}$$

2.5.2 Streuung von Spin $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

Da die NN-Wechselwirkung spinabhängig ist, sind weder der Bahndrehimplus $\vec{L}$ noch der Gesamtspin $\vec{S}$ Erhaltungsgrößen. Stattdessen verwendet man den Gesamtdrehimpuls:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \tag{2.30}$$

Zu jedem $J > 0$ gibt es vier mögliche Zustände: Der Spin-Singulett-Zustand mit $S = 0$, und damit $J = L$, sowie drei Spin-Triplett-Zustände mit $S = 1$, $J = L-1, L, L+1$. Zu jedem J gibt es deshalb in der Stapp-Parametrisierung [?] eine 4×4-Matrix:

$$S_J = \begin{pmatrix} S_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{jj} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \multicolumn{2}{c}{\multirow{2}{*}{$S_{j\pm}$}} \\ 0 & 0 & & \end{pmatrix} \tag{2.31}$$

S_j bezeichnet die Spin-Singulett-, S_{jj} die ungekoppelten Spin-Triplett-Partialwellenamplituden. Die beiden anderen Spin-Triplett-Amplituden sind in der 2×2-Matrix $S_{j\pm}$ enthalten, weil diese Zustände gekoppelt sind. Da die

[7]Außerhalb der Reichweite der Wechselwirkung, d.h. wenn das Potential mindestens mit $\frac{1}{r^2}$ abfällt.

beiden Spin-Triplett-Zustände gleichen Gesamtdrehimpuls J und gleiche Parität π haben, können sie mischen.
Für rein elastische Streuung ist die Matrix $S_{j\pm}$ durch die beiden Streuphasen δ_{j-} (zu $J = J - 1$) und δ_{j+}(zu $J = L + 1$) und den Mischungswinkel ϵ_j gegeben:

$$S_{j\pm} = \begin{pmatrix} e^{i\delta_{j-}} & 0 \\ 0 & e^{i\delta_{j+}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(2\epsilon) & i\sin(2\epsilon) \\ i\sin(2\epsilon) & \cos(2\epsilon) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\delta_{j-}} & 0 \\ 0 & e^{i\delta_{j+}} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} S_{j-} & S_{j0} \\ S_{j0} & S_{j+} \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Oberhalb der Pion-Produktionsschwelle ist die Streuung nicht mehr rein elastisch. $|S_J|$ kann kleiner als 1 werden, d.h. bei der Schreibweise $S_J = e^{i\delta_J}$ kann der Phasenfaktor δ_J komplex werden. Die Inelastizitäten werden durch die Imaginärteile der Streuphasen ausgedrückt. Es gibt mehrere Methoden zur Berücksichtigung der Inelastizitäten (z.B. [**?**], Bystricky:1998rh). Für einen gegebenen Wert $J \geq 1$ müssen zehn reelle Parameter bestimmt werden.
Die T-Matrix lässt sich wie die S-Matrix nach Partialwellen entwickeln: T_j für die Spin-Singulett-, T_{jj} für die ungekoppelten Spin-Triplett-Partialwellen und T_{j-} bzw. T_{j+} für die gekoppelten Spin-Triplett-Phasen. T_{j0} beschreibt den Übergang zwischen Zuständen mit $L = J \pm$.
Der Zusammenhang zwischen den Amplituden H_1 bis H_5 nach Arndt-Roper [**?**] und den Partialwellen lautet:

$$\begin{aligned} H_1 &= \sum_j (2j + 1)\, T_j P_j \\ H_2 &= \sum_j [(2j + 1)\, T_{jj} F_j + D_{j-} G_j\,] \\ H_3 &= \sum_j [(2j + 1)\, T_{jj} G_j + D_{j-} F_j\,] \\ H_4 &= \sum_j D_{j0} G_j \sin\theta_{cm} \\ H_5 &= \sum_j D_{j+} P_j \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$(2.34)$$

Hierbei gilt, mit den Legendre-Polynomen P_j und den assoziierten Legendre-Polynomen 1.Ordnung P_j^1:

$$\begin{aligned} G_j(\cos\theta_{cm}) &= P_j^1(\cos\theta_{cm})/[j(j+1)\sin\theta_{cm}] \\ F_j(\cos\theta_{cm}) &= P_j(\cos\theta_{cm}) - G_j\cos\theta_{cm} \\ D_{j-} &= (j+1)\, T_{j-} + jT_{j+} - 2\sqrt{j(j+1)}\, T_{j0} \\ D_{j0} &= (j+1)\, [T_{j-} - jT_{j+}] + \sqrt{j(j+1)}\, T_{j0} \\ D_{j-} &= jT_{j-} + (j+1)T_{j+} + 2\sqrt{j(j+1)}\, T_{j0} \end{aligned}$$

T	L	J^π													
		0^+	0^-	1^+	1^-	2^+	2^-	3^+	3^-	4^+	4^-	5^+	5^-	6^+	6^-
1	J-1	-	-	-	-	-	$^3P_2$	-	-	-	$^3F_4$	-	-	-	$^3H_6$
	J	$^1S_0$	-	-	$^3P_1$	$^1D_2$	-	-	$^3F_3$	$^1G_4$	-	-	$^3H_5$	$^1I_6$	-
	J+1	-	$^3P_0$	-	-	-	$^3F_2$	-	-	-	$^3H_4$	-	-	-	$^3J_6$
0	J-1	-	-	$^3S_1$	-	-	-	$^3D_3$	-	-	-	$^3G_5$	-	-	-
	J	-	-	-	$^1P_1$	$^3D_2$	-	-	$^1F_3$	$^3G_4$	-	-	$^1H_5$	$^3I_6$	-
	J+1	-	-	$^3D_1$	-	-	-	$^3G_3$	-	-	-	$^3I_5$	-	-	-

Tabelle 2.4: Partialwellen der NN-Streuung bis $J = 6$ in der Notation $^{2S+1}L_J$

Der Isospin-Formalismus beschreibt Protonen und Neutronen als Teilchen mit den gleichen Quantenzahlen außer der z-Komponente des Isospins. So kann die näherungsweise Ladungsunabhängigkeit der NN-Wechselwirkung als Isospin-Invarianz angesehen werden. Der Isospin der Nukleonen addiert sich analog zum Spin zu einem Triplett mit Gesamtisospin $T = 1$ (pp, nn und np) und einem Singulett mit $T = 0$ (np). Das verallgemeinerte Pauli-Prinzip bezieht nun auch den Isospin mit ein. Um die Antisymmetrie der Gesamtwellenfunktion zu gewährleisten, muss gelten:

$$(-1)^{L+S+T} = -1 \tag{2.35}$$

Aus dieser Einschränkung folgt, dass Partialwellen mit $T = 1$ nicht gleichzeitig auch Beiträge für $T = 0$ liefern. Tabelle 2.4 zeigt die Partialwellen der NN-Streuung.
Durch die Partialwellenanalyse ist es möglich, Informationen über Winkelbereiche zu erhalten für die keine Daten gemessen wurden, da die Winkelabhängigkeit jeder Partialwelle per definitionem festgelegt ist.

2.5.3 Verwendete Phasenanalysen

Es gibt zwei Klassen von Partialwellenanalysen. Zum einen sogenannte "single-energy"-Lösungen, bei denen zur Analyse nur Daten, die bei einer festen Energie oder in einem kleinen Energieintervall gemessen wurden, herangezogen werden. Zum andern gibt es "multi-energy"-Lösungen, die einen Ansatz für die Energieabhängigkeit vorgeben und so über einen großen Energie- und Winkelbereich mit relativ wenigen Parametern die experimentellen Daten beschreiben. Man geht davon aus, dass sich die Parameter "gutartig" verhalten, was bedeutet, dass z.B. keine Sprünge vorkommen. Die Wahl eines "guten" Ansatzes ist dabei ein wichtiger Schritt im Finden "guter" Lösungen.
In dieser Arbeit habe ich die Phasenanalyse der GWU(VPI)-Gruppe[8] verwendet, die schon in den 60er Jahren von MacGregor und Arndt [?, ?] begonnen und im Zuge der Erweiterung der experimentellen Datenbasis kontinuierlich weiterentwickelt und zu höheren Energien ausgedehnt wurde.

[8]Ein Teil der Gruppe ist inzwischen vom Virginia Polytechnical Institute (VPI) an die George Washington Universität (GWU) umgezogen.

Bei den Analysen werden die Modellvorhersagen des Ein-Pion-Austauschs verwendet und bei den multi-energy-Lösungen über den gesamten Energiebereich werden alle Partialwellen bis $L = 8$ angepasst. Die neueste energieabhängige Lösung SP04 überdeckt inzwischen den Bereich von 0-3000 MeV, single-energy-Lösungen gibt es für die Isospin T=1 Phasen bis 3000 MeV, für die T=0 Phasen bis 1200 MeV. Sowohl die Phasenanalysen und die resultierenden Vorhersagen der Observablen als auch die experimentelle Datenbasis sind im Internet frei verfügbar [?]. Ich habe zum einen die Phasenanalysen als Referenzwerte für die Fitroutinen benutzt und zum andern auch die experimentelle Datenbasis zum Vergleich mit den Vorhersagen des Modells herangezogen. Alle Rechnungen, die Partialwellen oder Observable zeigen, wurden mit Hilfe des SAID-Programms [?] gemacht. Freundlicherweise wurden uns die Daten und das Program direkt zur Verfügung gestellt, sodass das Erstellen der Bilder auch ohne Internet-Verbindung möglich war.
Die Parametrisierung der Phasen erfolgt über die K-Matrix (siehe Anhang A) und garantiert auch oberhalb der Inelastizitätsgrenze die Unitarität der S-Matrix [?]. Im elastischen Bereich stimmt diese Parametrisierung mit der nach Stapp, die im vorigen Abschnitt verwendet wird, überein. Darüber hinaus gibt der bei SAID verwendete Parameter δ nicht die Phasenverschiebung wie in Gl.2.27 an. Der Zusammenhang zwischen Streuphasen und S-Matrix wird ebenfalls in [?] beschrieben, und die Umrechnung der hier benutzten Parameter in die Parametrisierung nach Stapp wird im Anhang A erläutert.

Kapitel 3

Das Mesonaustausch Modell

3.1 Grundlagen der NN-Wechselwirkung

Da die Bindungsenergie pro Nukleon in Kernen ebenso wie die Kerndichte annähernd konstant ist, muss die Kernkraft kurzreichweitig sein. Sie wirkt im Wesentlichen nur auf die nächsten Nachbarn, was einer Entfernung von 1-2 fm entspricht (der mittlere Abstand zweier Nukleonen in schweren Kernen beträgt 1.8 fm), und ist bei diesen "mittleren" Abständen offensichtlich attraktiv.
Die Partialwelle, die bei kleinen Abständen bei weitem am stärksten beiträgt, ist die S-Welle. Streuexperimente zeigen, dass sie bis zu Energien von 250 MeV anziehend wirkt, darüber hinaus aber abstoßend. Hohe Energien entsprechen kleineren Abständen, die NN-Wechselwirkung wechselt also bei kleinen Abständen das Vorzeichen und wird repulsiv. Auch die weitgehende Konstanz der Kerndichte läßt auf einen repulsiven Kern schließen, dessen Ausdehnung ungefähr 0.6 fm beträgt.
Neben diesen rein zentralen Kräften hat die NN-Wechselwirkung auch eine starke Spin-Abhängigkeit. So kann das magnetische Moment und das elektrische Quadrupolmoment des Deuterons, des einzigen stabilen gebundenen Zustands zweier Nukleonen, durch einen Tensoranteil in der NN-Wechselwirkung erklärt werden. Kernspektren von Atomen und die Rechts-Links-Asymmetrie des Wirkungsquerschnitts bei Streuung polarisierter Nukleonen erfordern eine Spin-Bahn-Kraft.
Außerdem zeigen Vergleiche von Spiegelkernen, bei denen die Massenzahl identisch, aber die Anzahl von Protonen und Neutronen jeweils umgekehrt ist, die Ladungsunabhängigkeit der Kernkraft. Sie wirkt auf Proton und Neutron bis auf einen geringen Unterschied wegen der Massendifferenz gleich stark. Betrachtet man Neutron und Proton im, von Heisenberg kurz nach der Entdeckung des Neutrons eingeführten, Isospin-Formalismus als zwei Zustände eines Isospin-Dupletts (analog zum Spin), bedeutet das also, dass die NN-Wechselwirkung invariant unter Drehung des Isospins ist.

Zusammenfassend sind also die wesentlichen Eigenschaften der NN-Wechselwirkung:

- endliche Reichweite
- Attraktion bei mittleren Reichweiten (1 bis 2 fm)
- kurzreichweitige Repulsion
- starke Spin-Abhängigkeit: Tensor-, Spin-Bahn- und Spin-Spin-Kraft
- Isospin-Invarianz

Aus diesen Eigenschaften lassen sich rein phänomenologische Potentiale ableiten:

$$V(\vec{r}, \vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2) = \sum_{i=1}^{5} V_i(r)\, A_i \tag{3.1}$$

mit den Termen:

- zentral $A_1 = 1$
- Spin-Spin $A_2 = \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$
- Tensor $A_3 = 3\,\frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r}\,\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r}}{r^2} - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$
- Spin-Bahn $A_4 = \vec{L} \cdot \vec{S}$
- quadratischer Spin-Bahn Term $A_5 = \frac{1}{2}\,[\,\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{L}\;\; \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{L} + \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{L}\;\; \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{L}\,]$

Hierbei bezeichnet $\vec{L}$ den relativen Bahndrehimpuls und $\vec{S}$ den Gesamtspin des Systems. $V_i(r)$ ist völlig frei und wird durch Anpassen an experimentelle Daten bzw. Streuphasenanalysen bestimmt. Leider erlauben phänomenologische Potentiale aber keine direkte physikalische Interpretation der Parameter, so dass dieser Ansatz zu keinem tieferen Verständnis der NN-Wechselwirkung führt. Beispiele für solche Potentiale sind [**?**, **?**, **?**].
Eine sehr gute Beschreibung der experimentellen Streudaten bis zur Mesonschwelle [**?**] wird auch im Rahmen der chiralen Störungstheorie [**?**] erreicht. Grundlage ist eine Feldtheorie aus Baryonen und/oder Mesonen, die die spontan gebrochene chirale Symmetrie der QCD wiederspiegelt. Der Entwicklungsparameter ist das Verhältnis Q/M der Skala externer Impulse Q und der typischen QCD-Massenskala $M \approx 1$ GeV. Die Rechnungen anhand der chiralen Störungstheorie enthalten auch Ein- und Zwei-Pion-Austauschterme.

3.2 Grundlagen des Mesonaustausch-Modells

Yukawa beschrieb 1935 die NN-Wechselwirkung analog zur elektromagnetischen Wechselwirkung durch den Austausch eines Teilchen, das aber im Gegensatz zum

Photon nicht masselos ist. Die Reichweite des Yukawa-Potentials hängt dabei von der Masse des Austauschteilchens ab:

$$V(r) \propto \frac{1}{r} e^{-r/m} \tag{3.2}$$

Die Masse des Austauschteilchens schätzte er auf ungefähr 140 MeV, d.h. es war schwerer als ein Elektron aber leichter als ein Proton, also "mittelschwer", daher der Name "Meson". Mit dem Pion wurde 1947 schließlich ein Teilchen mit den vorhergesagten Eigenschaften entdeckt.

Dieses einfache Bild vom Austausch eines Teilchens wurde erweitert, als schwerere Mesonen entdeckt wurden. Jedes Meson kann theoretisch als Mediator dienen. So konnte auch die Spin-Abhängigkeit und das Verhalten bei kleineren Abständen erklärt werden.

Die ersten Ein-Boson-Austausch-Modelle wurden Anfang der 60er Jahre entwickelt [?, ?, ?, ?], es dauerte jedoch bis in die 70er Jahre, bis mit realistischen Parametern eine gute Beschreibung der NN-Streudaten gefunden wurde [?, ?]. Neuere Modelle beschreiben die NN-Streudaten bis 300 MeV sehr gut [?] und enthalten u.A. die Brechung der Isospin Symmetrie und relativistische Kinematik.

Das Potential ergibt sich aus der Summe der Feynman Amplituden der Austausch-Mesonen. Die Forderung der Lorentz-Invarianz führt je nach Quantenzahlen zu bestimmten Strukturen der Vertizes. Ein pseudoskalares Meson wie das Pion kann nur über eine pseudoskalare oder pseodovektorielle Kopplung[1] wechselwirken, Vektorbosonen wie das ω oder ρ nur über ein Vektor- oder Tensorfeld. Dies führt zu unterschiedlichen Strukturen der Kräfte.

Schon in erster Ordnung Störungstheorie, dem Ein-Boson-Austausch (OBE), werden die Daten der elastischen NN-Streuung und die zugehörigen NN-Streuphasen bis ca. 350 MeV sehr gut wiedergegeben. Der langreichweitige Tensor-Anteil der NN-Wechselwirkung wird hauptsächlich vom π-Meson getragen. Bei mittleren Abständen trägt auch das ρ-Meson dazu bei und wirkt dem, allerdings stärkeren, π-Anteil entgegen. Die zentrale Abstoßung bei kleinen Abständen wird vom ω-Meson bewirkt, die Anziehung bei mittlerer Reichweite vom σ-Meson. Zwar leistet auch das a_0-Meson einen Beitrag zur Anziehung, jedoch wegen der großen Masse und der kleinen Kopplung so wenig, dass das σ-Meson zwingend notwendig ist, um die experimentellen Daten zu beschreiben. Die Spin-Spin-Kraft ist ein Zusammenwirken von π, ω, ρ und η. Sie hängt also von vielen Faktoren ab, die richtig miteinander kombiniert werden müssen. Die Spin-Bahn-Wechselwirkung hängt stark vom ω-Meson ab. Das σ-Meson trägt zwar auch bei, aber nicht so stark. Hier addieren sich die Beiträge beider Mesonen, die Wirkung auf die zentrale Kraft ist hingegen entgegengesetzt. Mit π, ρ, ω und σ lassen sich die Phasen und experimentellen Daten schon sehr gut wiedergeben, die anderen Mesonen bieten die Möglichkeit zur besseren Anpassung, ihr Beitrag ist aber viel kleiner. Das Verhalten bei großen Abständen ist praktisch nur vom Pion-Austausch bestimmt.

[1] Auf der Massenschale (on-shell) sind die Ergebnisse für pseudoskalare und pseudovektorielle Kopplung identisch.

Die Hinzunahme von zwei Austauschteilchen stellte eine neue Hürde da, die, ebenfalls in den 60er Jahren, mit zwei verschiedenen Ansätzen angegangen wurde:
Mit Hilfe von Dispersionsrelationen, basierend auf Kausalität, der Analytizität der Streuamplitude und Crossingsymmetrie können aus den experimentellen Ergebnissen von πN- und $\pi\pi$-Streuung Informationen über den 2-Pion-Austausch gewonnen werden. Darauf basierend beschreibt das Paris-Potential den langreichweitigen Teil der NN-Wechselwirkung durch π-, 2π- und ω-Austausch und den kurzreichweitigen durch einen phänomenologischen Ansatz [?].
Das Bonn-Potential [?] beruht auf einem feldtheoretischen Ansatz, bei dem die Graphen mit mehreren Austauschteilchen und dem Δ-Isobar als Zwischenzustand systematisch ausgerechnet werden. Durch den feldtheoretischen Ansatz ist auch das off-shell Verhalten wohl definiert.
Hier liegt auch ein Ansatz für eine natürliche Erweiterung des Modells, die in dieser Arbeit beschrieben wird: Die Hinzunahme weiterer Graphen, d.h. im besonderen Graphen mit resonanten Zwischenzuständen wie die $N(1440)\,\mathrm{P}_{11}$- oder $N(1535)\,\mathrm{S}_{11}$-Resonanz, und die Hinzunahme weiterer Mesonen. Darauf und auf das Bonn-Potential werde ich später noch genauer eingehen.
Mit der Entdeckung der Substruktur der Protonen und der Einführung der QCD wurde klar, dass das Mesonaustauschmodell nur ein effektives Modell sein konnte, das im Grunde von der QCD ausgehend berechenbar sein müßte. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt sind solche Rechnungen jedoch nicht möglich.

3.3 Meson- und Resonanz-Beiträge im Bonn Potential

Wir beschreiben den Mesonaustausch durch ein feldtheoretisches Modell, bei dem der Wechselwirkungsterm die Summe aller einbezogenen Meson-Baryon-Baryon Vertizes ist. Zur Berechnung der Feynmanamplituden verweise ich auf [?, ?, ?]. Grundlage ist das Bonn-Potential nach [?, ?, ?]. Die Erweiterungen des Modells und die Programme zur Berechnung des Potentials und der Phasen wurden von Prof. Elster [?] entwickelt.
Explizit enthalten sind der Ein-Boson-Austausch (OBE) mit den Mesonen π, ρ, ω, σ, η, a_0, $f_0(980)$ und η', und der Zwei-Boson-Austausch (TBE). In [?] sind die Mesonen $f_0(980)$ und η' nicht enthalten, wir werden aber konsistent alle Mesonen bis zu einer Masse von 1 GeV berücksichtigen.
Neben den TBE-Diagrammen, die ein Nukleon als Zwischenzustand haben, sind prinzipiell auch andere baryonische Zwischenzustände, die als separate Teilchen behandelt werden, erlaubt. Im Bonn-Potential nach [?] ist nur die $\Delta(1232)P_{33}$ Resonanz mit Isospin 3/2 als virtueller Zustand zwischen dem ersten und zweiten Austausch enthalten, da dies die leichteste Resonanz ist und die NN-Streuung nur bis 1 GeV betrachtet wird. Diese Diagramme ermöglichen die Beschreibung der Inelastizitäten, da das Δ-Isobar in Pion und Nukleon zerfällt, der Beitrag zur Pion-

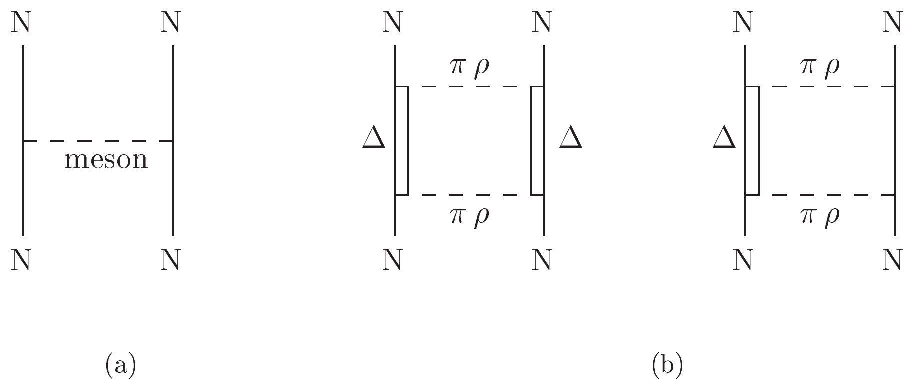


Abbildung 3.1: Diagramme des Bonn-Potentials a) Ein-Meson-Austausch, "meson" steht für alle eingeschlossenen Mesonen (π , ρ , ω , σ , η , a_0) b) Zwei-Meson-Austausch Box-Diagramme mit Nukleon und Δ-Isobar Zwischenzustand

Produktion aus dem OBE aber sehr gering ist. Abbildung 3.1 zeigt den OBE und die TBE-Diagramme mit Δ-Resonanz-Zwischenzustand. Um Isospinerhaltung zu gewährleisten, stehen bei NN-Streuung mit Δ-Isobar nur ρ und π als Austausch-Mesonen zur Verfügung [2]. Um die Unitarität zu gewährleisten, müssen alle Kombinationen der ausgetauschten Mesonen berücksichtigt werden, also $\pi\pi$, $\pi\rho$, $\rho\pi$, und $\rho\rho$.

Der korrelierte Zwei-Pion-Austausch kann durch den OBE angenähert werden. Der P-Wellen-Zustand entspricht dem ρ-Meson, der S-Wellen-Zustand dem σ-Meson. Der korrelierte Austausch dreier Pionen kann durch das ω-Meson ausgedrückt werden. Hier ist zu beachten, dass ρ und ω im Gegensatz zum σ-Meson nachgewiesene Resonanzen, also real existierende Mesonen sind. Der experimentelle Nachweis des σ-Mesons ist aber wegen der großen Zerfallsbreite sehr schwierig und bisher noch nicht gelungen. Allerdings zeigten Durso et al. [?], dass der korrelierte Austausch von 2 Pionen mit relativem Bahndrehimpuls $l = 0$ durch den Austausch eines skalaren Mesons (eben dem σ) genähert werden kann.

Die resultierende Hamiltonfunktion wird in zeitabhängiger Störungstheorie behandelt, wodurch Beiträge von sich wiederholenden Austauschen, also z.B. dem mehrfachen, unkorrelierten Ein-Pion-Austausch, direkt als Iterationen in der Streugleichung berücksichtigt sind. Relativistische NN-Streuung wird durch die vierdimensionale Bethe-Salpether Gleichung [?] beschrieben. Zur Lösung verwenden wir eine relativistische dreidimensionale Quasipotential-Näherung der Bethe-Salpeter-Gleichung, die Thompson Gleichung [?].

Die Kopplungen der Mesonen werden durch ihre Lagrange-Dichten beschrieben (Tabelle 3.1). Hier beschreibt ψ die Nukleon Wellenfunktion, Δ^μ den Rarita-

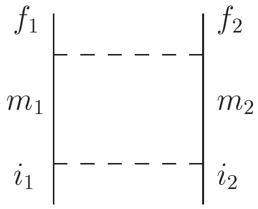
[2]Beim Übergang vom Nukleon zum Δ ändert sich der Isospin um 1, was nur durch Austausch von Mesonen mit Isospin T=1 erlaubt ist.

Vertex	Lagrangedichte
$NN\pi$:	$\frac{f_{NN\pi}}{m_\pi}\,\bar{\psi}\,\gamma^5\gamma^\mu\,\vec{\tau}\,\partial_\mu\vec{\pi}\,\psi$
$NN\eta$:	$\frac{f_{NN\eta}}{m_\eta}\,\bar{\psi}\,\gamma^5\gamma^\mu\,\partial_\eta\eta\,\psi$
$NN\sigma$:	$g_{NN\sigma}\,\bar{\psi}\,\psi\,\sigma$
NNa_0:	$g_{NNa_0}\,\bar{\psi}\,\vec{\tau}\,\psi\,\vec{a_0}$
$NN\omega$:	$g_{NN\omega}\,\bar{\psi}\,\gamma^\mu\omega_\mu\psi$
$NN\rho$:	$g_{NN\rho}\,\bar{\psi}\,\gamma^\mu\vec{\tau}\vec{\rho}_\mu\psi\,+\,\frac{f_{NN\rho}}{4m}\,\bar{\psi}\,\sigma_{\mu\nu}\,\vec{\tau}\,(\partial^\mu\vec{\rho}^\nu\,-\,\partial^\nu\vec{\rho}^\mu)$
$N\Delta\pi$:	$\frac{f_{N\Delta\pi}}{m_\pi}\,\Delta^\mu\,\vec{T}^\dagger\,\partial_\mu\,\vec{\pi}\psi\,+\,h.c.$
$N\Delta\rho$:	$i\,\frac{f_{N\Delta\rho}}{m_\rho}\,\Delta_\mu\gamma^5\gamma_\nu\,\vec{T}^\dagger\,(\partial^\mu\vec{\rho}^\nu\,-\,\partial^\nu\vec{\rho}^\mu)\,+\,h.c.$
$N(1440)N\pi$:	$\frac{f_{NN_{1440}\pi}}{m_\pi}\,\bar{N}_{1440}\,\vec{\tau}\,\psi\vec{\pi}\,+\,h.c.$
$N(1440)N\sigma$:	$g_{NN_{1440}\sigma}\,\bar{N}_{1440}\,\psi\sigma$
$N(1535)N\pi$:	$g_{NN_{1535}\pi}\,\bar{N}_{1535}\,\vec{\tau}\,\psi\vec{\pi}\,+\,h.c.$
$N(1535)N\eta$:	$g_{NN_{1535}\eta}\,\bar{N}_{1535}\,\psi\eta\,+\,h.c.$

Tabelle 3.1: Lagrangedichten der verschiedenen Vertizes

Schwinger-Spinor des (Isospin $\frac{3}{2}$) Δ-Isobars [?, ?] und N_{1440} bzw. N_{1535} die Wellenfunktionen der $N(1440)$- bzw. der $N(1535)$-Resonanz. Die Abkürzung *h.c.* steht für das hermitesch Konjugierte, $\vec{\tau}$ für den Isospinoperator und $\vec{T}$ für den Isospin-Übergansoperator ($\frac{1}{2} \to \frac{3}{2}$).

Die Pion-Produktion wird in unserer Rechnung durch eine imaginäre Masse im Propagator ausgedrückt. Der Beitrag eines Box-Graphen wie nebenstehend ergibt sich aus dem Meson-Austausch-Potential im Eingangs- und im Ausgangskanal $V_{m_1 m_2\, i_1 i_2}(z)$ bzw. $V_{f_1 f_2\, m_1 m_2}(z)$ und dem Propagator, der den Übergang zwischen diesen beiden beschreibt:



$$V_{f_1 f_2\, m_1 m_2}(z)\,\frac{1}{z - E_{m_1} - E_{m_2}}\,V_{m_1 m_2\, i_1 i_2}(z) \tag{3.3}$$

Dabei ist z die Gesamtenergie des Systems und E_{m_1} bzw. E_{m_2} die Energie des linken bzw. rechten Zwischenzustands. Die Energie eines Zwischenzustands m_1 ergibt sich aus der Masse und dem Impuls: $E = \sqrt{m_{m_1}^2 + q^2}$. Bei einer Resonanz N^* wird die Masse durch die Resonanzbreite modifiziert und imaginär:

$$\mu_{N^*} = m_{N^*} - i\,\frac{\Gamma}{2} \tag{3.4}$$

Durch die endliche Resonanzbreite wird also die Masse und so die Energie und der gesamte Beitrag der Box komplex und beschreibt die imaginären Anteile und damit die Inelastizitäten des Prozesses.
Im Isospin $T = 0$ Kanal können nur $\Delta\Delta$-Boxgraphen zur Inelastizität beitragen[3], da $N\Delta$-Diagramme mit $T(N) = \frac{1}{2}$ und $T(\Delta) = \frac{2}{3}$ keinen Gesamtisospin $T = 0$ ergeben können, d.h. sie sind durch Isospin-Erhaltung verboten. Für Pion-Produktion aus $\Delta\Delta$-Diagrammen ist eine Schwerpunktsenergie von $m_N + m_\Delta + m_\pi$ notwendig, da der Zerfall des zweiten Δ-Isobars in ein weiteres Pion nicht betrachtet wird. Die zwei Pion-Produktion wird im Modell nicht berücksichtigt. Dadurch kann erst bei einer wesentlich höheren Laborenergie Pion-Produktion einsetzen.

3.4 Formfaktor

Zur Beschreibung der experimentellen Daten ist eine Korrektur der Vertizes durch Formfaktoren, die die Beiträge hoher Impulsüberträge verringern, unerlässlich. Erst durch Multiplikation von Formfaktoren an die Vertizes wird die Gültigkeit der störungstheoretischen Rechnung gewährleistet. Außerdem wird so der ausgedehnten Struktur von Nukleonen - sie überlappen schon bei Distanzen unterhalb von 1 fm deutlich - Rechnung getragen.

[3]Abgesehen von der Pion-Produktion durch Nukleon-Zerfall, die sehr gering ist.

Es wird also ein phänomenologischer Formfaktor eingeführt, welcher den Beitrag für hohen Impulstransfer unterdrückt. Er wird hier in der üblichen Monopol-Form parametrisiert:

$$F\left(\vec{q}^2\right) = \left(\frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 + \vec{q}^2}\right)^n \tag{3.5}$$

$\vec{q}$ bezeichnet den Dreier-Impulsübertrag im Schwerpunkts-System (CM) und m die Masse des ausgetauschten Mesons. Die Göße n hängt von der Art der Kopplung ab. In unserem Fall ist $n = 1$ an jedem Vertex außer beim $N\Delta\rho$-Diagramm, bei dem $n = 2$ pro Vertex gewählt wird. Λ ist die sogenannte Cut-Off Masse, die ein freier Parameter ist und zwischen 800 und 2500 MeV liegt.
Dieser Formfaktor wird an jeden Vertex multipliziert und beeinflusst das Ergebnis beträchtlich. Prinzipiell sollte es möglich sein, den Formfaktor aus der Quarkstruktur zu deduzieren, dies ist bisher aber noch nicht gelungen. Er sollte aber mit der Ausdehnung der Hadronen in Zusammenhang stehen, weshalb manche Autoren [?] eine niedrige Cut-Off Masse bevorzugen. Der Übergang verläuft dann sanfter (weshalb man von einem "soft cut-off" spricht), was mehr der Hadron-Struktur entspricht.

Meson	m (MeV/c^2)	$g^2/4\pi$	Λ (MeV)	
$NN\alpha$-Vertizes				
π	138.03	14.4	1600	
η	547.30	2.0	1500	
ω	782.60	23.0	1500	
ρ	769.00	1.1	1300	$f_\rho/g_\rho = 6.1$
$\sigma\,(T=1)$	500	3.676	1500	
$\sigma\,(T=0)$	450	2.51	1500	
$N\Delta\alpha$-Vertizes		$f^2/4\pi$		
π	138.03	0.35	900	
ρ	769.00	20.45	1400	

Tabelle 3.2: Parameter nach [?]

Die Tabelle 3.2 zeigt die Parameter aus [?]. Wir verwenden allerdings den aktuellen Wert der $NN\pi$-Kopplungskonstanten[4] $g^2/4\pi = 13.8$ statt 14.4 [?, ?] und berücksichtigen als weiteres Meson das a_0 mit den Parametern $g^2_{NNa_0}/4\pi = 1$ und $\Lambda_{NNa_0} = 1500$.

3.5 Erweiterung zu höheren Energien

Das Bonn-Potential nach [?] war ausgelegt für Laborenergien bis 1 GeV und berücksichtigt als einzige Resonanz das Δ-Isobar. Bei höheren Energien müssen natürlich

[4] Ich gebe hier $g^2_{NN\pi}/4\pi$ an. Es gilt: $\frac{g_{NN\pi}/4\pi}{4m_N^2} = \frac{f_{NN\pi}/4\pi}{m_\pi^2}$.

weitere Resonanzen betrachtet werden. Wir möchten den Einfluss der beiden Resonanzen $N(1440)$ P_{11}, die auch Roper-Resonanz genannt wird, und $N(1535)$ S_{11} betrachten. Die Resonanz $N(1520)$ D_{13} betrachten wir nicht, da sie mit höherem Drehimpuls koppelt.

3.5.1 $N(1440)$ P_{11}

Anhand der Zerfallskanäle der Resonanzen lassen sich die Kopplungskonstanten abschätzen. Die $N(1440)$-Resonanz zerfällt laut [?] zu $60 - 70$ % in $N\pi$, zu $30 - 40$ % in $\Delta\pi$, zu $5 - 10\%$ in $N\pi\pi(S = 0)$ (das σ-Meson) und zu weniger als 8% in $N\rho$. Der Zerfall in ρ kann ausgeschlossen werden, da abgesehen von der geringen Wahrscheinlichkeit des Zerfalls $N(1440) \rightarrow N\rho$ auch die $NN\rho$ Kopplung mit $g^2/4\pi \approx 1.0$ sehr klein ist.
Es bleiben also nur π und σ als Austauschmesonen, deren ungefähre Kopplung noch zu bestimmen ist. Durch einen Vergleich der partiellen Breiten läßt sich eine grobe Abschätzung treffen.
Nach [?] hängt die partielle Breite des Zerfalls $N(1440) \rightarrow N\pi$ folgendermaßen mit der Kopplungskonstante zusammen :

$$\Gamma\left(N_{1440} \rightarrow N\pi\right) = \frac{3}{4\pi}\left(\frac{q_N}{m_{1440}}\right)\left(E_N - m_N\right)\left(\frac{m_{1440} + m_N}{m_\pi} f_{NN_{1440}\pi}\right)^2 \tag{3.6}$$

Dabei bezeichnet E_N die Energie und q den Impuls des resultierenden Nukleons im Schwerpunktsystem. Daraus ergibt sich eine $NN_{1440}\pi$-Kopplung von $g^2/4\pi \approx 12.95$. Für den Zerfall $N_{1440} \rightarrow N\sigma$ lautet der Zusammenhang zwischen Kopplung und Breite:

$$\Gamma\left(N_{1440} \rightarrow N\sigma\right) = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{q_N}{m_{1440}}\right)\left(E_N + m_N\right) g^2_{NN_{1440}\sigma} \tag{3.7}$$

Damit ergibt sich $g^2_{NN_{1440}\sigma} \approx 0.5$, d.h. die Kopplung ist relativ klein. Deshalb verwenden wir hier für den Isospin T=1 und den T=0 Kanal die gleichen Parameter. Im Gegensatz dazu sind beim OBE die Parameter des σ-Mesons für beide Kanäle getrennt zu variieren.
Für die Cut-Off-Parameter Λ wählen wir bei beiden Austauschmesonen $\Lambda = 1500$ MeV. Die neu hinzugekommenen Parameter lauten also zu Beginn der Untersuchungen [5]:

$$NN(1440)\pi : \quad \frac{g^2_{NN(1440)\pi}}{4\pi} = 12.95 \qquad \Lambda_{NN(1440)\pi} = 1500$$

$$NN(1440)\sigma : \quad \frac{g^2_{NN(1440)\sigma}}{4\pi} = 0.5 \qquad \Lambda_{NN(1440)\sigma} = 1500$$

Wir betrachten nur $NN(1440)$-Boxdiagramme, da für $\Delta N(1440)$- oder $N(1440)N(1440)$-Graphen die Schwellenergie außerhalb des betrachteten Energiebereich liegt (siehe Tab. 1.1) und deshalb der Einfluß gering sein wird. Die

[5] $g_{NN_{1440}\pi} = \sqrt{g_{NN\pi} \cdot g_{N_{1440}N_{1440}\pi}}$

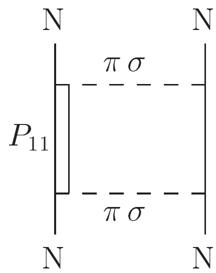


Abbildung 3.2: TBE Box-Diagramm mit Nukleon und $N(1440)$ Zwischenzustand

Kopplung an Boxgraphen mit verschiedenen Baryonen im Zwischenzustand, ergibt sich aus dem Produkt der Kopplungen der einzelnen Vertizes:

$$g^2_{NN^*-\mathrm{box}} = \sqrt{g^2_{NN^*\alpha} \cdot g^2_{NN\alpha}} \tag{3.8}$$

Abbildung 3.2 zeigt den hinzugefügten Graphen, wobei die beiden Mesonen in allen Kombinationen ausgetauscht werden können, d.h vier verschiedene Graphen auftreten. Die Lagrangedichten sind in Tab. 3.1 aufgeführt.

Die Struktur der neuen Gleichungen deutet darauf hin, dass sich die Graphen des $N^*(1440)$ mit Pion-Austausch ähnlich verhalten wie der einfache Ein-Pion-Austausch mit einem schweren Pion. Um niedrige Cut-Off-Parameter, also sanfte Formfaktoren, zu erhalten, haben Holinde und Thomas 1990 ein schweres Pion eingeführt [?], für dessen Existenz es bisher keine experimentelle Begründung gibt. Es stellt sich also die Frage, ob die Resonanz $N(1440)$ den Effekt dieses "schweren Pions" darstellen könnte und also die Cut-Off-Parameter des $NN\pi$-Vertex kleiner, in der Größenordnung von 1 GeV, gewählt werden können.

3.6 $N(1535)$ S_{11}

Auch hier kann man sich anhand der partiellen Zerfallsbreiten die wichtigen Austauschmesonen und deren Kopplungskonstanten überlegen: Die $N(1535)$-Resonanz zerfällt zu 35 - 55 % in $N\pi$ und zu 30 - 55 % in $N\eta$ [?]. Andere Zerfälle treten nur zu weniger als 4 % auf. Wir können uns also auf die beiden Mesonen π und η beschränken und erhalten damit vier neue Parameter, für jedes Meson eine Kopplungskonstante und einen Cut-Off-Parameter. Interessanterweise sind hier π und η gleichberechtigt, während in den anderen Teilen des Potentials die Beiträge des η-Mesons gering sind.

Den aufzunehmenden Graphen zeigt Abb. 3.3. Die Lagrangedichten, die ebenfalls in Tab. 3.1 aufgeführt sind, entnehmen wir [?]:

Die Lagrangedichten haben eine pseudoskalare Struktur. Da die $N(1535)$ als S_{11} andere Parität hat als die drei bisher betrachteten Baryonen N, $\Delta(P_{33})$ und $N1440$ (P_{11}) eröffnet sich dadurch eine neue Struktur. Hier könnten also Mecha-

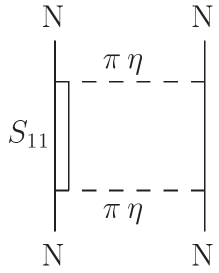


Abbildung 3.3: TBE Box-Diagramm mit Nukleon und $N(1535)$ Zwischenzustand

nismen verborgen sein, die die signifikanten Diskrepanzen zu den experimentellen Daten, bzw. den Partialwellenanalysen, lösen.
Leider konnten die Programm-Erweiterungen dazu zum Zeitpunkt der Abgabe dieser Arbeit noch nicht endgültig fertig gestellt werden. Auch die Wahl der Start-Parameter steht noch aus.

3.7 Parametrisierung der Resonanzbreiten

Wir berücksichtigen in diesem Modell nun drei Resonanzen: Δ, die auch schon vorher enthalten war, $N(1440)$ und $N(1535)$. Zwar wird die Breite von Resonanzen in Tabellen wie [?] als konstante Grösse angegeben, bestimmt durch Streuexperimente wie

$$N + N \to \Delta \to \pi + N \; ,$$

doch tatsächlich ist die Resonanzbreite nicht konstant. Die Variation der Breite ergibt sich aus der Penetrabilität v_L.
In [?, ?, ?] wurde die Breite der Δ-Resonanz über das $N\Delta\pi$-Loop Diagramm berechnet. Wir wählen hier aber eine Parametrisierung der Penetrabilität wie in [?]:

$$\Gamma = \gamma q v_L(qR) \tag{3.9}$$

Die Größe q bezeichnet den cm-Impuls im Pion-Nukleon-System, ist also nicht identisch mit dem Impuls im NN-System. R ist ein freier Parameter, der angepasst wird und dessen Dimensionen so gewählt sind, dass das Argument qR dimensionslos wird. Die dimensionslose Größe γ ist die reduzierte Breite, und die Penetrabilität v_L ist hier über die sphärischen Bessel- und von-Neumann-Funktionen j_L und n_L definiert:

$$v_L(x) \;=\; \frac{1}{x^2\, n_L^2(x) \;+\; x^2\, j_L^2(x)} \qquad x = qR \tag{3.10}$$

Für $L = 0$ ergibt sich: $\quad v_0(x) \;=\; 1$

und für $L = 1$: $\quad v_1(x) \;=\; \frac{x^2}{x^2+1}$

Somit erhalten wir für die Resonanzen Δ und $N(1440)$ mit den Quantenzahlen P_{33} bzw, P_{11}:

$$\Gamma = \gamma \frac{q^3 R^2}{1 + q^2 R^2} \tag{3.11}$$

Und für die $N(1535)$ Resonanz mit den Quantenzahlen S_{11} ergibt sich einfach:

$$\Gamma = \gamma q \tag{3.12}$$

Für große Impulse wachsen beide Funktionen linear mit q an. Da es jedoch physikalisch nicht plausibel erscheint, eine unendlich große Breite zu haben, wird ein weiterer, rein phänomenologischer, Formfaktor Z eingeführt:

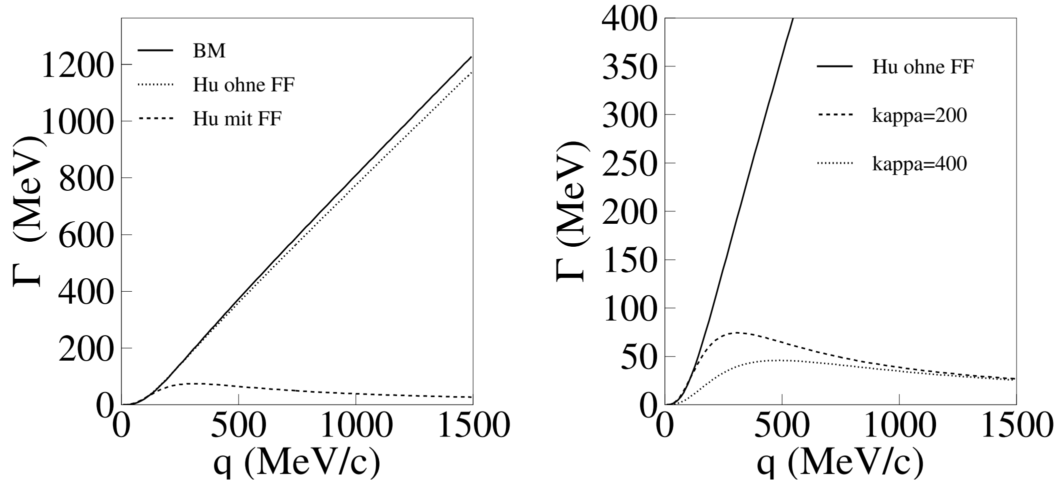
$$\Gamma = \gamma q v_L(qR) \cdot Z(q^2) \qquad Z(q^2) := \frac{q^2(m_R^2) + \kappa^2}{q^2(s) + \kappa^2} \tag{3.13}$$

Die exakte Form des Form-Faktors ist nicht wichtig, nur die Resonanzkurve muss hinreichend reproduziert werden. Und natürlich muss die Breite bei der Resonanzenergie ($s = m_{Res}^2$ im Pion-Nukleon-System) mit den Literaturangaben übereinstimmen, was durch Anpassung die freien Parameter R und γ geschieht.

Die Abbildung 3.4(a) zeigt die Breite der $N(1440)$-Resonanz für die Parametrisierung nach Bransden-Moorehouse (BM) [?], die von van Faassen und Tjon benutzt wurde [?], und die nach Huber [?] mit Formfaktor und ohne. Auf der Ordinate ist die Breite in MeV angegeben, auf der Abszisse der Pion-Nukleon cm-Impuls in MeV/c. Alle freien Parameter wurden so gewählt, dass die Breiten an der Resonanzstelle mit den experimentellen Breiten übereinstimmen.
Der Unterschied zwischen den beiden Kurven ohne Formfaktor ist so gering, dass sicher keine Veränderung der Modellvorhersagen auftreten wird. Der Formfaktor hingegen ändert das Verhalten der Breite bei höheren Impulsen enorm. Ein Vergleich der Vorhersagen die mit den verschiedenen Parametrisierungen gewonnen wurden, zeigt aber, dass sich der Unterschied nur gering auswirkt. Ein Grund dafür ist der Vertex-Formfaktor, der den Einfluss bei hohen Energien, bei denen der Formfaktor der Breite Veränderungen hervorruft, abschwächt.

Wahl der Parameter der Parametrisierung

Da die Resonanzen virtuell sind und auch bei Gesamtenergien unterhalb ihrer Ruhemassen entstehen können, tragen nicht alle möglichen inelastischen Kanälen bei (bei 300 MeV kann z.B. ein Pion entstehen, aber kein η). Deshalb verwenden wir in Gl. 3.4 für Γ die Summe der Partialbreiten der betrachteten



(a) (b)

Abbildung 3.4: Parametrisierung der Resonanzbreiten a)Vergleich der Parametrisierung nach Bransden-Moorehouse mit der nach Huber ohne Formfaktor und mit Formfaktor b) Einfluss des Cut-Off-Parameters κ

Zerfälle. Bei der Δ-Resonanz, die zu $>$ 99 % [?] in $N\pi$ zerfällt, ist dieser Wert identisch mit der totalen Breite.
Die experimentelle Breite der Δ-Resonanz ist gut bekannt und liegt zwischen 115 und 125 MeV [?]. Wir wählen folgende Werte:

$$R = 6.3\,\mathrm{GeV}^{-1} \qquad \gamma = 0.74 \qquad \kappa = 200\,\mathrm{MeV}$$

Bei $N(1440)$ verwenden wir die Partialbreite des Zerfalls in $N\pi$. Die totale Breite ist hier nicht so klar einzugrenzen, die Angaben in [?] variieren von 135 MeV bis zu 545 MeV. Wir halten uns an den neuesten Wert von Γ_{tot} = 391 MeV nach Manley. Mit $\Gamma_{N\pi}/\Gamma_{tot} \approx$ 65 % folgt die Partialbreite $\Gamma_{N\pi} \approx$ 254 MeV und es ergeben sich die Werte:

$$R = 6.3\,\mathrm{GeV}^{-1} \qquad \gamma = 0.75 \qquad \kappa = 300\,\mathrm{MeV}$$

Die $N(1535)$ Resonanz kann sowohl in π als auch in η zerfallen, für die jeweils andere partielle Breiten gelten. Bis zur Schwellenergie der η-Produktion bei 1253 MeV wird nur die partielle Breite $\Gamma_{N\pi}$ des Zerfalls in $N\pi$ berücksichtigt, darüber wird die Partialbreite $\Gamma_{N\eta}$ dazu addiert.
Die totale Breite ist nach [?] 150 MeV, die Partialbreite $\Gamma_{N\pi}/\Gamma_{tot}$ liegt zwischen 0.35 – 0.55, was wir mit 0.4 mitteln, und für $\Gamma_{N\eta}/\Gamma_{tot}$ wird der Mittelwert 0.529

angegeben. Daraus folgen die reduzierten Breiten ($\Gamma = \gamma q$):

$$\gamma_{\pi N} = 0.1286 \qquad\qquad \gamma_{\eta N} = 0.4284$$

Wie oben gesagt, ist der Einfluss des Form-Faktors geringer als auf Grund der Veränderung der Breite erwartet. Dementsprechend erwartet man einen noch geringeren Einfluss des Cut-Off-Parameters κ, der die Kurve im Vergleich zur Einführung des Form-Faktors weniger beeinflusst (siehe Abbildung 3.4(b)). Bei Variation des Parameters κ für die $N(1440)$-Breite zwischen 200 und 1000 MeV, waren dementsprechend keine Unterschiede in den Modellvorhersagen festzustellen, wobei die Resonanzkurve natürlich modifiziert wurde.

Kapitel 4

Untersuchungsmethoden

Die Analyse der Auswirkungen von geänderten Parametersätzen und neuen Parametern auf die Vorhersagen des Modells in Bezug auf die pp-Streuphasen und -Experimente ist die Aufgabe dieser Arbeit. Dazu bediene ich mich im wesentlichen zweier Werkzeuge:
Zum einen versuche ich den Parametersatz zu finden, mit dem die beste Anpassung der Modellvorhersagen an die Streuphasen erreicht wird, d.h. die Anpassung mit dem kleinsten χ^2. Als Referenzwerte verwende ich die Phasenanalysen der George-Washington-University von 2004 (SP04), die im SAID-Programm [?] erhältlich sind.
Zum andern vergleiche ich die aus verschiedenen Parametersätzen berechneten Observablen sowohl miteinander als auch mit der experimentellen Datenbasis der pp-Streuung.

4.1 Das Programm zum Vergleich verschiedener Parametersätze

Für mehrere Parametersätze werden die vom Modell berechneten Streuphasen, Observablen und Streuamplituden[1] im Vergleich zu den Vorhersagen der Partialwellenanalyse und den experimentellen Daten der np-Streuung gezeichnet. Dazu konnte ich ein Programm von Heiko Rohdjeß [?] benutzen, das ich für meine Zwecke erweitert habe.
Mit den vom Modell ermittelten Partialwellen werden die Observablen berechnet. Dazu werden alle Partialwellen bis J=25 benutzt, wobei für die pp-Streuung natürlich nur die Isospin T=1 Phasen von Bedeutung sind. Für die np-Streuung werden T=1 und T=0 Phasen im Verhältnis von 1:3 gewertet. Die Programme, die direkt das Modell betreffen (Berechnung der Phasen und Observablen), sind von Charlotte Elster entwickelt worden. Die Observablen, die aus den SAID-Analysen folgen, werden mit Hilfe der Streuamplituden, die ebenfalls im SAID-Programm enthalten sind, berechnet. Die experimentellen Daten werden der Datenbank im Programm

[1] Da ich mich hauptsächlich für pp-Streuung interessiere, werden die np-Streuamplituden nicht gezeigt.

SAID entnommen. Der Übersicht halber werde ich keine individuellen Referenzen angeben.
Die Intervallbreite für die Darstellung der experimentellen Ergebnisse beträgt bei den Winkelverteilungen $\pm 1.5°$ und bei den Anregungsfunktionen ± 20 MeV.
Um ein Maß für die Güte der Modellvorhersagen der Observablen zu haben, wird die Größe χ^2 der einzelnen Observablen berechnet. Als Vergleichswerte benutze ich allerdings keine experimentellen Daten, sondern die Resultate der Phasenanalysen, die mit Hilfe der Streuamplituden von SAID berechnet wurden. Dadurch liegen bei jeder Observable und jeder Energie Vergleichswerte vor.
Die betrachteten Observablen sind neben den in Tabelle 2.1 bezeichneten Spin-Observablen der unpolarisierte differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot} (gesamt wie auch elastisch und inelastisch getrennt) sowie die totalen Wirkungsquerschnitte bei longitudinaler bzw. transversaler Spinkorrelation, $\Delta\sigma_L$ bzw. $\Delta\sigma_T$ (gesamt und elastisch).

4.2 Fit-Programm

Das Modell hat bis zu 31 freie Parameter, die angepasst werden. Die Berechnung der Größe χ^2, die bei jedem Schritt ausgerechnet werden muss, benötigt mehrere Programme, die ineinander übergreifen. Zur Organisation der Minimierung ist ein Programm erforderlich, das die Kommunikation mit dem eigentlichen Minimierungsprogramm und den Ergebnissen der Modellrechnungen steuert.
Die χ^2-Minimierung[2] wird vom Programm MINUIT aus der CERN-Bibliothek durchgeführt, zur genaueren Beschreibung siehe [?]. Die Fitparameter werden innerhalb der von mir vorgegebenen Grenzen variiert, um zu verhindern, dass unphysikalische Lösungen auftreten. Ich habe nur einige Rechnungen ohne Grenzwerte durchgeführt, um zu sehen, welche Werte dann bevorzugt werden.
Die Minimierung mit so vielen Parametern auf der Grundlage eines komplexen Modells ist kompliziert und muss nicht zu einem eindeutigen Ergebnis führen. MINUIT sucht mit Hilfe der Ableitungen nach einem Minimum, kann aber so in einem lokalen Minimum "gefangen" werden. Darum ist es nötig, unterschiedliche Vorgehensweisen zu wählen, um am Ende den besten Parametersatz zu finden.
So habe ich z.B. völlig andere Startparameter gewählt, was auch zu einem anderen "besten" Ergebnis führte. Wenn das Problem eindeutig gelöst werden könnte, müsste auch bei unterschiedlichen Startpunkten das gleiche Ergebnis erzielt werden. Das Ergebnis wurde oft deutlich verbessert, wenn die Endparameter eines Fits als Startparameter wieder eingesetzt wurden.
Auch das Einsetzen gewonnener Parametersätze, die schon als Minimum angegeben wurden, hat das Ergebnis oft deutlich verbessert.
Eine weitere Methode ist das Fixieren und (eventuell) wieder Freilassen einiger Parameter. Mit weniger zu variierenden Parametern findet MINUIT das Minimum

[2] Zur Beschreibung der mathematischen Grundlagen der χ^2-Minimierung verweise ich auf [?, ?].

schneller. Bei Werten, die keine große Auswirkung haben, bei denen die erste Ableitung also sehr flach ist, muss sehr lange nach dem besten Wert gesucht werden, der aber letztendlich das χ^2 nur sehr wenig ändert. Beispiele hierfür sind die Parameter der Mesonen a_0 und η, deren Beiträge nur gering sind. Die Kopplungskonstante des η kann zwischen 0.1 und 20 variiert werden. Trotzdem läßt sich mit einer entsprechenden Änderung des Cut-off-Parameters Λ praktisch kein Unterschied ausmachen. Man kann hier tatsächlich mit einem relativ beliebigen Wert anfangen und diesen fixieren. Auch die Parameter der neuen Mesonen η' und f_0 können, nachdem ein guter Parametersatz gefunden wurde, bei den weiteren Untersuchungen festgesetzt werden.
Ich habe meistens mit den beiden Befehlen MIGRAD und SIMPLEX gearbeitet, von denen MIGRAD analytischer vorgeht und mit Hilfe der ersten Ableitung nach dem Minimum sucht. Das ist zwar exakt, prüft, ob das Ergebnis positiv-definit ist, und berechnet Fehler und Korrelationen, aber es hängt stark von der ersten Ableitung ab, die in unserem Fall nur abgeschätzt und nicht analytisch berechnet werden kann. SIMPLEX hingegen ist langsamer, gibt keine vertrauenwürdigen Fehler an, berechnet keine Korrelationsmatrix und kann keine Aussage über die Entfernung zum Minimum treffen. Dafür ist diese Methode aber sehr viel robuster und hat sich in unserem Fall als äußerst hilfreich herausgestellt. So wende ich MIGRAD und SIMPLEX hintereinander an, um mit den Ergebnissen der ersten Minimierung neue und bessere mit der anderen Methode zu finden.

4.3 Referenzwerte

Als Referenzwerte zur Berechnung des χ^2 benutze ich die Phasenanalysen von SAID von 2004 (SP04). Ich fitte nur an die Realteile der Phasenanalysen. Zum einen sind die Imaginärteile schwerer zu ermitteln und daher eher mit großen Fehlern behaftet, zum anderen enthält unser Modell keine freien Parameter für die Imaginärteile, da die Breiten auf die experimentellen Werte festgelegt sind. Beim Versuch, die Parameter sowohl an den Real- als auch den Imaginärteil anzupassen, konnte kein besseres Ergebnis gefunden werden.
Obwohl ich i.d.R. nur die Observablen der pp-Streuung betrachtet habe, vergleiche ich sowohl Isospin $T = 1$ als auch $T = 0$ Partialwellen, um die Verbindung zu den T=0 Streuphasen nicht ganz zu verlieren. Allerdings verwende ich nur bis 800 MeV T=0 Phasen, weil darüber hinaus nur sehr wenig experimentelle Daten von np-Streuexperimenten vorliegen. Partialwellen mit höherem Drehimpuls tragen erst mit größerem Abstand, d.h. höherer Energie, bei. Da der langreichweitige Anteil der NN-Wechselwirkung durch das Pion gegeben wird, sind höhere Partialwellen schon festgelegt, wenn die Pion-Parameter bekannt sind. Es macht also keinen Sinn, z.B. bei 200 MeV die Werte der Partialwelle $J = 5$ anzufitten, weil, abgesehen davon, dass der Beitrag sehr klein ist, die anderen Mesonen hier keinen Einfluss haben. So wird das Pion, bei dem nur der Cut-Off-Parameter variiert wird, überbewertet.
Ein Vergleich zeigte, dass es besser ist, bei einem Fit bis 800 MeV alle Phasen bis

$J = 4$ zu beachten. Aber auch hier ist der Unterschied nicht so groß, wie man aufgrund der doppelt so großen Datenmenge erwarten könnte. Deshalb fitten wir bis 300 MeV nur bis Partialwellen mit $J = 2$, bis 800 MeV nur bis $J = 4$ und bis 1500 MeV bis $J = 6$.

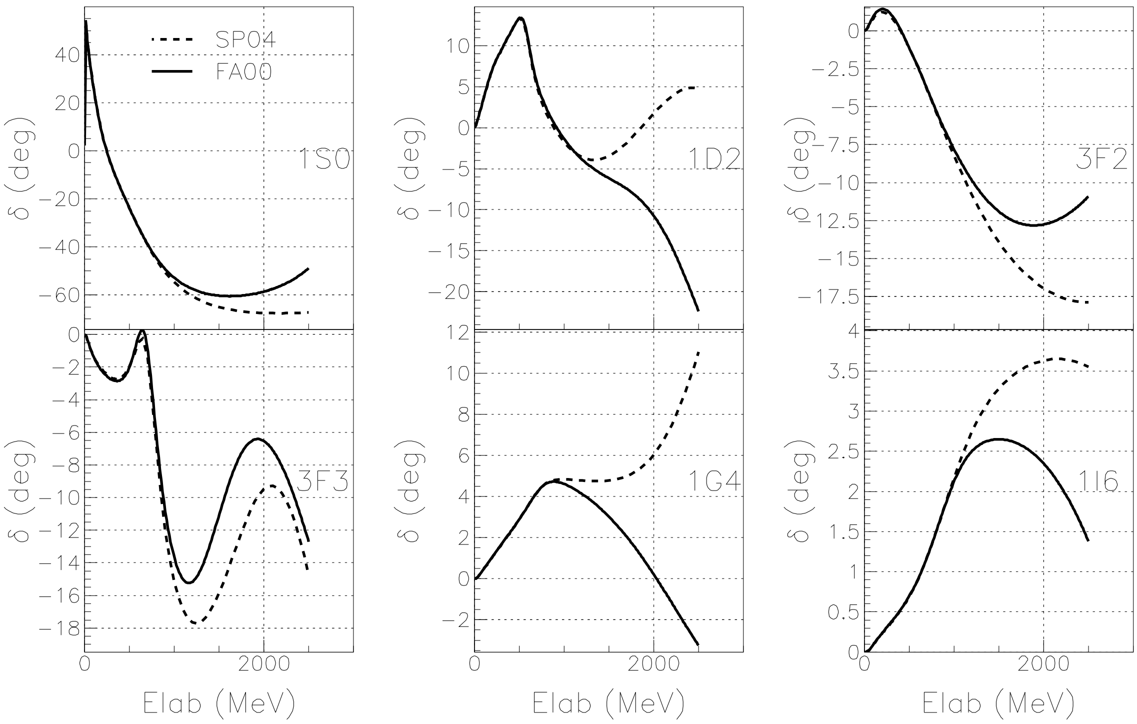


Abbildung 4.1: Realteile von Isospin T=1 Phasen für die SAID-Analysen FA00 und SP04

Uns interessiert aber nicht nur die Übereinstimmung mit den Phasenanalysen, sondern auch mit den experimentell gemessenen Observablen. Diese hängen aber unterschiedlich stark von den Partialwellen ab. So ist z.B. die Partialwelle $^3P_2$ für den totalen Wirkungsquerschnitt von geringer Bedeutung, hat aber einen entscheidenden Einfluss auf die Analysierstärke. Um dem unterschiedlichen Einfluss der Partialwellen Rechnung zu tragen, können bestimmte Phasen bei bestimmten Energien mehrfach gewertet werden. Diese Wichtung der Phasen hat einen großen Einfluß auf die Vorhersagen der Observablen.
Zu Beginn der Untersuchungen habe ich die single-energy Lösung benutzt, die bei höheren Partialwellen ($J = 5$, $J = 6$), die ich am Ende meiner Betrachtungen auch einbeziehe, nur sehr wenige Werte hat und auch bei niedrigen Partialwellen bei manchen Energien keine Werte liefert. Würden diese so übernommen, entstünde eine künstliche Wichtung der Partialwellen und Energien. Außerdem können bei energieunabhängigen Lösungen unphysikalische Sprünge auftreten. Deshalb benutze ich die energieabhängige Lösung. Sie wird allerdings ohne Fehler angegeben, so dass diese abgeschätzt werden müssen. Einen einfachen relativen Fehler anzunehmen, stellt sich als schlechte Wahl heraus. Partialwellen mit Werten nahe Null erhalten so

einen sehr kleinen Fehler, der weit unterhalb des sinnvolleren Fehlers der single energy Lösung liegt. So werden diese Partialwellen aber überbewertet; es ist wichtiger, die Partialwellen, die einen großen Einfluß haben, gut wiederzugeben.
Ich habe mich schließlich an den Fehlern der energieunahängigen Lösung orientiert. Jeder Wert erhält einen absoluten Fehler, der einer energieabhängigen Funktion folgt, die auf jede Partialwelle einzeln abgestimmt wurde und mit steigender Energie wächst. Die Energieabhängigkeit wurde von Prof. Arndt [?] vorgeschlagen und ist aufgrund der schlechten Datenbasis bei hohen Energien zu erwarten. Die Unsicherheit der Phasenanalysen nimmt mit wachsender Energie zu, da es wenige experimentelle Daten bei hohen Laborenergien gibt, während die Anzahl der zu ermittelnden Partialwellen mit der Energie wächst. Es war eines der Ziele des EDDA Experiments diese Situation zu verbessern.
Die starke Abhängigkeit von neuen experimentellen Ergebnissen zeigt sich auch im Vergleich verschiedener Lösungen. Abbildung 4.1 zeigt einige Partialwellen mit Isospin T=1 der beiden Lösungen FA00 (aus dem Jahr 2000) und SP04 (die neueste Lösung von 2004). Man sieht bei Energien oberhalb von 1000 MeV große Unterschiede, obwohl T=1-Phasen besser bestimmt werden können, weil mehr experimentelle Daten vorliegen. Die EDDA-Kollaboration hat auch gezeigt, dass zur eindeutigen Bestimmung der Partialwellen die Kenntnis des Spinkorrelationsparameters $A_{SS} = (00, ss)$ von großer Bedeutung ist [?]. Da mit dem EDDA-Experiment nun die ersten Messungen dieses Parameters bei Energien über 0.80 GeV vorliegen, hat sich die Datenbasis hier stark verbessert, was sich natürlich auch auf die Phasenanalysen ausgewirkt hat.
Wegen der verschiedenen zugrunde liegenden Referenzdaten (sowohl unterschiedliche Anzahl an Daten als auch unterschiedliche Fehler), können die χ^2-Werte, die beim Fit erhalten wurden, nicht direkt miteinander verglichen werden.

4.4 Fit-Parameter

Zu jedem Meson gibt es mindestens zwei Parameter: die Kopplungskonstante $g^2/4\pi$ und den Cut-Off-Parameter Λ. Außerdem gibt es zwei Spezialfälle, das σ- und das ρ-Meson, bei denen zusätzlich die Masse bzw. das Verhältnis von Tensor- zu Vektorkopplung f/g variabel sind. Allerdings werden nicht bei jedem Fit alle Parameter variiert. Einige lege ich von vornherein fest und ändere sie nicht mehr.
Da die $NN\pi$-Kopplung gut bekannt ist, setzen wir diesen Parameter fest. Messungen des differentiellen Wirkungsquerschnitts der np-Streuung in Rückwärtswinkeln am IUCF [?] bestätigen den Wert von $f^2_{NN\pi}/4\pi = 13.8$ im Gegensatz zum früher verwendeten Wert $f^2_{NN\pi}/4\pi = 14.4$.
Der Wert von f_ρ/g_ρ liegt bei ungefähr 6, ist aber variabel. Beim ω-Meson hingegen, das ebenfalls beide Kopplungsarten aufweisen kann, ist f_ω/g_ω mit -0.12 vernachlässigbar klein.
Die $N\Delta\rho$-Kopplungskonstante setzen wir nach Quark-Modell-Relationen auf $f^2_\rho/4\pi = 20.24$ fest. Auch die Kopplungskonstante am $N\Delta\pi$-Vertex wird während

des Fits nicht variiert, allerdings habe ich zwei verschiedene Ausgangswerte genommen, da es zwei Modelle zur Berechnung der $N\Delta\pi$-Kopplung gibt. Vom Quark-Modell ausgehend erhält man $\frac{f^2}{4\pi} = 0.224$ [?, ?], das Chew-Low-Modell [?] ergibt $\frac{f^2}{4\pi} = 0.35$.
Eine Besonderheit stellt das σ-Meson dar. Wir sehen das σ als effektive Auswirkung des korrelierten zwei-Pion-Austauschs und nicht als real existierendes Teilchen. Daher ist die Masse in gewissen Grenzen variabel, also ebenfalls ein Fit-Parameter. Außerdem sind alle Parameter, d.h. Kopplung, Cut-Off-Parameter und Masse für $T = 1$ und $T = 0$ unabhängig voneinander, d.h. getrennt zu variieren.
Für den Cut-Off-Parameter Λ, der in den Formfaktor eingeht, wird oft als untere Grenze die Masse des schwersten ausgetauschten Mesons gewählt und ein Wert zwischen 1.3 und 1.5 GeV benutzt. Holinde und Thomas ([?]) hingegen favorisieren einen sanften Form-Faktor mit $\Lambda_{NN\pi} \approx 750 \pm 100$ MeV. Ich lasse die Parameter sehr frei und variiere zwischen 800 und 2500 MeV bzw. 600 MeV für den $N\Delta\pi$-Vertex.

Kapitel 5

Ergebnisse

5.1 Fit ohne Erweiterung des Modells

Um eine gute Grundlage zur Erweiterung des Modells zu finden, führe ich Fits bis zu einer Laborenergie von 800 MeV und bis J=4 durch. Die Anpassung erfolgt an die neuesten Partialwellenanalysen von SAID SP04, bei denen zum Teil auch die Ergebnisse des EDDA-Experiments eingeflossen sind. Die neuen Parameter stehen in Tabelle 5.1.

Meson α	m ($\mathrm{MeV/c^2}$)	$g^2/4\pi$	Λ (MeV)	
$NN\alpha$-Vertizes				
π	138.03	13.8	1290	
η	547.30	2.0	1200	
ω	782.60	25.0	1350	
ρ	769.00	0.93	1250	$f_\rho/g_\rho = 6.3$
a_0	983.00	1.0	1170	
$\sigma\,(T=1)$	500	4.985	1470	
$\sigma\,(T=0)$	470	3.774	2120	
$N\Delta\alpha$-Vertizes		$f^2/4\pi$		
π	138.03	0.35	800	
ρ	769.00	20.45	1510	

Tabelle 5.1: Parameter nach erstem Fit mit $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.35$ ohne weitere Änderungen des Modells

Die Kopplungskonstante $g_{NN\eta}$, zu Beginn ein freier Parameter, ändert sich bei verschiedenen Fits stark, ohne die Phasen entsprechend zu beeinflussen. Daraufhin habe ich den Einfluss verschiedener Werte der Kopplungskonstante und des Cut-Off-Parameter des η-Mesons auf die Phasen und Observablen untersucht. Es zeigt sich, dass die Vorhersagen des Modells praktisch nicht beeinflusst werden. Wird die Kopplung größer, kann das durch einen kleineren Cut-Off-Parameter aufgefangen werden.

Im Vergleich zu den Parametern aus Tab. 3.2 fällt auf, dass der $NN\pi$-Cut-Off-Parameter kleiner geworden ist, obwohl die $NN\pi$-Kopplungskonstante auf einen kleineren Wert fixiert wurde. Die $NN\omega$-Kopplungskonstante ist etwas größer geworden, dafür ist der Cut-Off-Parameter $\Lambda_{NN\omega}$ gesunken. Die $NN\rho$-Kopplung ist ein wenig gesunken, während Λ ungefähr gleich geblieben ist. Die NNa_0-Kopplung ändert sich gar nicht, der Cut-Off-Parameter hingegen wird kleiner. Interessant ist die wachsende Bedeutung des σ-Mesons, besonders im T=0 -Kanal: Die Massen bleiben fast gleich, nur für T=0 sinkt sie ein wenig. Beide Kopplungen werden größer, und der Cut-Off-Parameter im T=0 -Kanal wird sehr groß. Der $N\Delta\pi$-Cut-Off-Parameter wird kleiner und erreicht die untere Grenze von 800 MeV.

5.2 $N\Delta\pi$-Kopplungskonstante

Die Größe der vorhergesagten Inelastizitäten wird u.a. von der Stärke der $N\Delta\pi$-Kopplung bestimmt. Eine Berechnung auf Grundlage des Quarkmodells (QM) ergibt $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$ [?, ?], eine Berechnung im Chew-Low-Modell (CL) anhand der partiellen Breite den größeren Wert $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.35$ [?, ?]. Aus theoretischer Sicht bevorzugen wir den Quarkmodell Wert. Allerdings wird die Beschreibung des inelastischen Wirkungsquerschnitts, der grundsätzlich zu gering vorhergesagt wird, mit einem größeren Beitrag der Δ-Box-Graphen, also u.a. einer größeren Kopplung, besser.

Meson α	m (MeV/c^2)	$g^2/4\pi$	Λ (MeV)	
$NN\alpha$-Vertizes				
π	138.03	13.8	1419	
η	547.30	7.34	822	
ω	782.60	24.2	1371	
ρ	769.00	1.07	1270	$f_\rho/g_\rho = 5.9$
a_0	983.00	4.29	986	
$\sigma\,(T=1)$	500	5.625	1732	
$\sigma\,(T=0)$	498	4.254	2059	
$N\Delta\alpha$-Vertizes		$f^2/4\pi$		
π	138.03	0.224	800	
ρ	769.00	20.45	1511	

Tabelle 5.2: Parameter mit $\frac{f^2_{N\Delta\pi}}{4\pi} = 0.224$

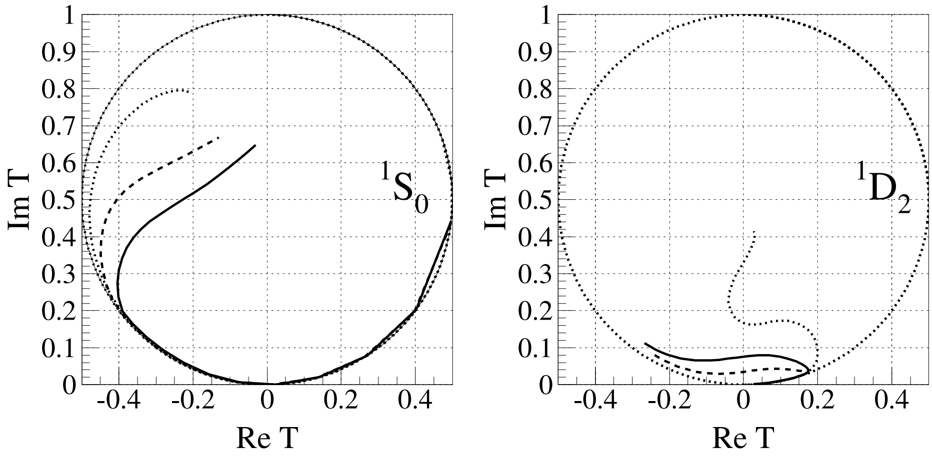


Abbildung 5.1: Argand-Diagramme für $^1S_0$ und $^1D_2$. Die durchgezogene Kurve wurde mit einem Parametersatz mit CL-Kopplung berechnet, die gestrichelte mit dem QM-Wert. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04.

Das muss aber nicht heißen, dass die CL-Kopplungskonstante die beste Wahl ist. Abb. 5.1 zeigt die Argand-Diagramme der $^1S_0$ und $^1D_2$ Phasen der SAID-Analyse im Vergleich zu den Modellvorhersagen mit $f^2/4\pi = 0.35$ und $f^2/4\pi = 0.224$. Beide Kurven geben die Inelastizitäten schlecht wieder. Der CL-Parametersatz mit $f^2/4\pi = 0.35$ liefert zwar mehr Inelastizitäten als der andere, dadurch wird die $^1S_0$-Phase aber schlechter beschrieben. Bei der $^1S_0$-Partialwelle werden nun noch mehr unerwünschte Inelastizitäten vorhergesagt und bei der $^1D_2$-Partialwelle weiterhin zu wenige. Alleine durch die Erhöhung des Beitrags der Δ-Resonanz, die die Pion-Produktion und somit die inelastischen Prozesse in unserem Modell bestimmt, können die Inelastizitäten der Phasenanalysen also nicht erklärt werden.

Dies stimmt mit den Erwartungen überein, da die vom Modell vorhergesagten Inelastizitäten nicht ausreichen können, weil keine weiteren baryonischen Zwischenzustände neben dem Δ-Isobar berücksichtigt werden. Eine korrekte Beschreibung der Inelastizitäten würde also eher auf einen Fehler hinweisen.

Im Potential nach [?] wurde der kleinere Quark-Modell-Wert verwendet, Eyser und Machleidt [?] benutzen den größeren Chew-Low-Wert. Tab. 5.1 zeigt die Fit-Resultate mit dem CL-Wert $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.35$, Tab. 5.2 die Ergebnis mit $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$. Die Fits wurden bis zu einer Laborenergie von 800 MeV und bis J=4 durchgeführt, wobei die untere Grenze des $N\Delta\pi$-Cut-Off-Parameters bei 800 MeV lag. Abb. 5.2 bis 5.4 zeigen die Vorhersagen der beiden Parametersätze für einige Observablen im Vergleich zu den experimentellen Daten und den Ergebnissen der SAID-Phasenanalysen.

In Abb. 5.2 sieht man, dass der grobe Verlauf von $\Delta\sigma_L$ und $\Delta\sigma_{L,el.}$ gut wiedergegeben wird, wobei die Vorhersagen für den QM-Wert etwas besser liegen. Im Ge-

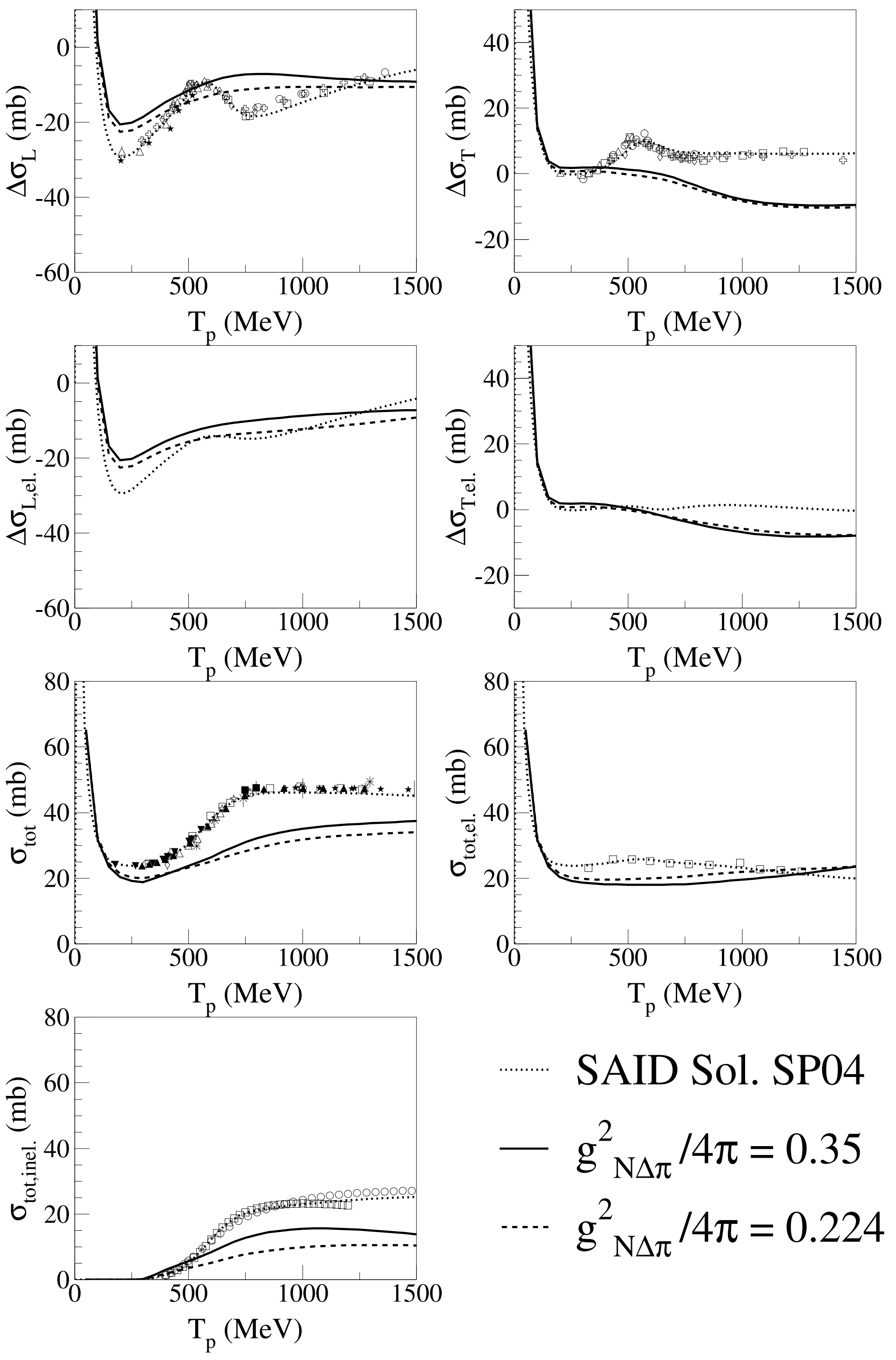


Abbildung 5.2: Totale Wirkungsquerschnitte: Die durchgezogene Kurve wurde mit einem Parametersatz mit CL-Kopplung berechnet, die gestrichelte mit dem QM-Wert. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04.

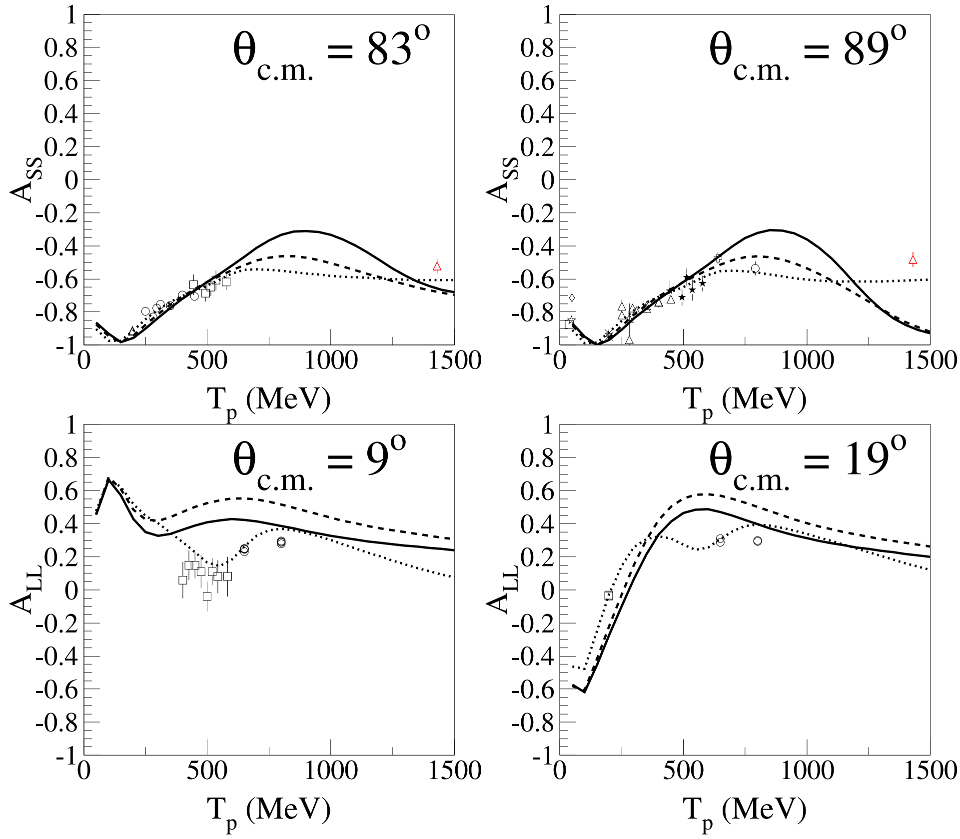


Abbildung 5.3: Anregungsfunktionen: A_{SS} bei 83° und 89°, A_{LL} bei 9° und 19°. Die durchgezogene Kurve wurde mit einem Parametersatz mit CL-Kopplung $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.35$ berechnet, die gestrichelte mit dem QM-Wert $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04. Die experimentellen Daten liegen innerhalb 1.5° um den jeweiligen Winkel.

gensatz dazu wird $\Delta\sigma_T$ oberhalb von ca. 400 MeV nicht gut wiedergegeben, sogar das Vorzeichen stimmt nicht mit den experimentellen Daten überein. Im totalen Wirkungsquerschnitt zeigen sich die fehlenden Inelastizitäten: Während $\sigma_{tot,el.}$ einigermaßen korrekt wiedergegeben wird, wird $\sigma_{tot,inel.}$, und damit auch σ_{tot} oberhalb von 500 MeV zu niedrig vorhergesagt. Mit dem CL-Wert ist die Differenz zwar geringer, aber auch hier weichen die Vorhersagen ca. 10 mb von den experimentellen Daten ab.

Abb 5.3 zeigt die Anregungsfunktionen der Spinkorrelationsparameter A_{SS} bzw. A_{LL} bei großen bzw. kleinen Winkeln. Die Kurve mit $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$ beschreibt A_{SS} bis ca. 1 GeV gut, A_{LL} jedoch ab ca. 300 MeV schlecht. Die Vorhersagen mit $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.35$ hingegen sind bei A_{SS} zwischen 600 und 1300 MeV schlecht, bei A_{LL} zwar besser, aber auch nicht gut.

In Abb. 5.4 wird der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ für einige Winkel als

Funktion der Energie angegeben. Bei 9° und 19° unterscheiden sich die Kurven des Modells kaum. Im Bereich zwischen 500 und 1100 MeV sind die Modellvorhersagen kleiner als die experimentellen Daten, aber ansonsten sind die Vorhersagen gut. Bei höheren Winkeln wird die Beschreibung noch besser, wobei die Vorhersagen mit dem CL-Wert $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.35$ bis 1 GeV ein wenig zu kleine Werte ergeben und die Krümmung der Kurve weniger dem tatsächlichen Verlauf entspricht.

In den anderen Observablen, die hier nicht gezeigt werden, weisen beide Ergebnisse nur geringe Unterschiede auf oder die Observablen bieten keine gute Bewertungsgrundlage, da sehr wenige experimentelle Daten vorhanden sind. Abgesehen von σ_{tot} und $\Delta\sigma_L$ beschreibt der Parametersatz mit $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$ die experimentellen Daten leicht besser. Das zeigen auch die χ^2-Werte der einzelnen Observablen, die beim QM-Wert $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$ bis zu 25 % kleiner sind.

Beim Vergleich mit den Phasenanalysen wird das bestätigt: Das χ^2 des QM-Fits ist etwa 25 % niedriger als beim CL-Fit. Auch bei einem Fit, bei dem neben den anderen Parametern auch die $N\Delta\pi$- und $N\Delta\rho$-Werte variiert wurden, stellte sich eine kleine $N\Delta\pi$-Kopplung ein: Der vorgeschlagene Wert lag an der unteren Grenze $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.200$ während sich die Kopplungskonstante am $N\Delta\rho$-Vertex praktisch nicht verändert hat.

Anscheinend werden die Realteile der Phasenanalysen – die Imaginärteile werden bei der Minimierung nicht beachtet – bis 800 MeV besser mit der kleineren Kopplung wiedergegeben. Deshalb habe ich die weiteren Fits mit der QM-Kopplungskonstanten von 0.224 durchgeführt.

Dadurch ändern sich vor allem die Kopplungen des σ-Mesons, die nun größer sind als mit dem CL-Wert $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.35$. Der Beitrag des ρ-Mesons verschiebt sich: Die $NN\rho$-Kopplung wird größer, das Verhältnis f/g, d.h. der Anteil der Tensor-Kopplung, hingegen wird kleiner, während der Cut-Off-Parameter weitgehend konstant bleibt. Da a_0 und η keinen großen Einfluss haben, ist auch die Änderung ihrer Parameter nicht entscheidend. Der Cut-Off-Parameter am $NN\pi$-Vertex ist bei größerer $N\Delta\pi$ Kopplung kleiner, was nachvollziehbar ist, da eine gewisse Korrelation dieser Parameter zu erwarten ist.

Neben der Kopplungskonstanten bestimmt der Cut-Off-Parameter Λ den $N\Delta\pi$-Vertex. Bei allen Fits, sowohl mit der einen als auch mit der anderen Kopplung, lag der Wert an der unteren Grenze. Deshalb habe ich bei späteren Fits die Grenze an diesem Vertex auf 600 MeV, statt 800 MeV wie bei allen anderen Vertizes, heruntergesetzt. Der Parameter Λ liegt nun in der Größenordnung von 600 MeV.

Die gleichen Untersuchungen wie oben habe ich nun noch einmal mit dieser Änderung durchgeführt. Der Vergleich zwischen den Fits mit den beiden verschiedenen Kopplungskonstanten fällt jetzt weniger klar aus: Der χ^2-Wert für die CL-Kopplung $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$ ändert sich stark, der χ^2-Wert für die QM-Kopplung $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$ nur wenig. Der Unterschied zwischen den χ^2-Werten der beiden Parametersätzen ist nun von 25 % auf 3 % geschrumpft.

Wie bei den Streuphasen haben sich auch die Vorhersagen für die Observablen

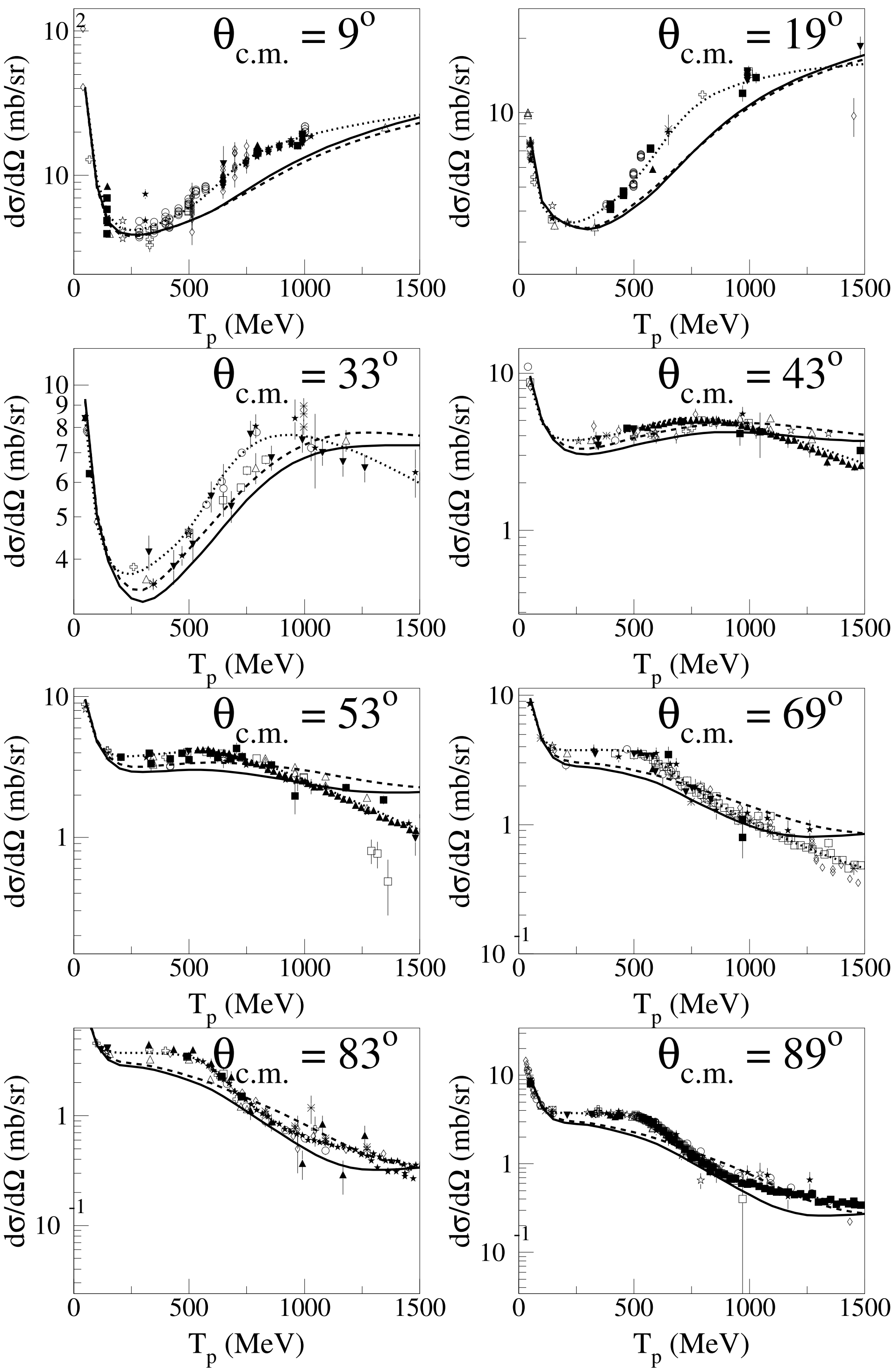


Abbildung 5.4: Differentielle Wirkungsquerschnitte für einige Winkel: Die durchgezogene Kurve wurde mit einem Parametersatz mit CL-Kopplung berechnet, die gestrichelte mit dem QM-Wert. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04. Die experimentellen Daten liegen innerhalb 1.5° um den jeweiligen Winkel.

Meson	m (MeV/c^2)	$g^2/4\pi$	Λ (MeV)	
$NN\alpha$-Vertizes				
π	138.03	13.8	1504	
η	547.30	2.00	1000.	
ω	782.60	22.8	1387.	
ρ	769.00	1.14	1259	$f_\rho/g_\rho = 5.9$
a_0	983.00	4.30	986	
$\sigma\,(T=1)$	505	5.928	1872	
$\sigma\,(T=0)$	509	4.309	1650	
$N\Delta\alpha$-Vertizes		$f^2/4\pi$		
π	138.03	0.224	626	
ρ	769.00	20.45	1500	

Tabelle 5.3: Parameter mit $\frac{f^2_{N\Delta\pi}}{4\pi} = 0.224$ und unterer Grenze des Cut-Off-Parameters $\Lambda_{N\Delta\pi} = 600$ MeV

beim Parametersatz mit $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$ kaum verändert. Aber die Ergebnisse mit $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.35$ haben sich verschoben und sind nun im inelastischen Wirkungsquerschnitt fast identisch mit denen der anderen Kopplung. Der kleine Cut-Off-Parameter unterdrückt die Beiträge bei höheren Energien, sodass die Bedeutung der Kopplungskonstanten zurückgeht.

Auch Fits ohne Grenzen zeigen, dass der Unterschied zwischen beiden Kopplungen gering ist: Werden etwas andere Vergleichsdatensätze gewählt, die z.B. bis zu höheren Energien oder bis J=6 gehen oder manche Partialwellen anders wichten (siehe Abschnitt Referenzwerte), wird einmal eine kleine, ein anderes mal eine große Kopplung bevorzugt.

Es ist also anhand der Phasenanalysen nicht klar zu sagen, welche Kopplungskonstante besser ist. Klar ist aber, dass die Anpassung an die Realteile der Phasen bei geringerem Beitrag des Δ-Isobars besser ist. Dies kann aber sowohl mit einer kleinen Kopplung als auch mit einem kleinen Cut-Off erreicht werden. Die Ergebnisse der nächsten Abschnitte sind mit dem QM-Wert $\frac{f^2_{N\Delta\pi}}{4\pi} = 0.224$ ermittelt worden, da die zuerst durchgeführten Fits diesen bevorzugten und die anderen Fits erst am Ende der Diplomarbeit durchgeführt wurden. Der untere Grenzwert des $N\Delta$-Cut-Offs war 600 MeV. Tabelle 5.3 zeigt den Parametersatz, der die Partialwellen bis 800 MeV und J=4 mit den Mesonen π, η, ω, ρ, a_0 und σ am besten wiedergibt. Die Ergebnisse mit diesen Parametern dienten bei den weiteren Analysen als Vergleich.

5.3 Auswirkungen der beiden Mesonen η' und $f_0(980)$

Zur Erweiterung des Bonn-Potentials auf Energien über 1 GeV möchten wir mit einem Parametersatz anfangen, der eine gute Beschreibung der NN-Wechselwirkung bis 1 GeV bietet. Dazu gehört auch, konsistent alle Mesonen bis zu einer Masse von 1 GeV einzubeziehen, auch wenn ihr Beitrag gering ist. Bisher war das schwerste Meson das a_0 (in früheren Veröffentlichungen auch δ genannt) mit einer Masse von 980 MeV. Das η', ein Anregungszustand des η, mit einer Masse von 958 MeV sogar leichter als das a_0, und das $f_0(980)$ mit einer Masse von 980 MeV, wurden bislang nicht berücksichtigt. Wir fügen nun diese beiden Mesonen zur Rechnung hinzu und erhalten damit auch vier neue Parameter, da für jedes Meson Kopplungskonstante und Cut-Off-Parameter unbekannte Größen sind.
Für beide Mesonen wählen wir zu Begin eine Kopplungskonstante von $g^2_{NN\pi}/4\pi = 2.0$ und einen Cut-Off-Parameter von 1500 MeV. Beim Fit sind beide Größen aber natürlich variabel.

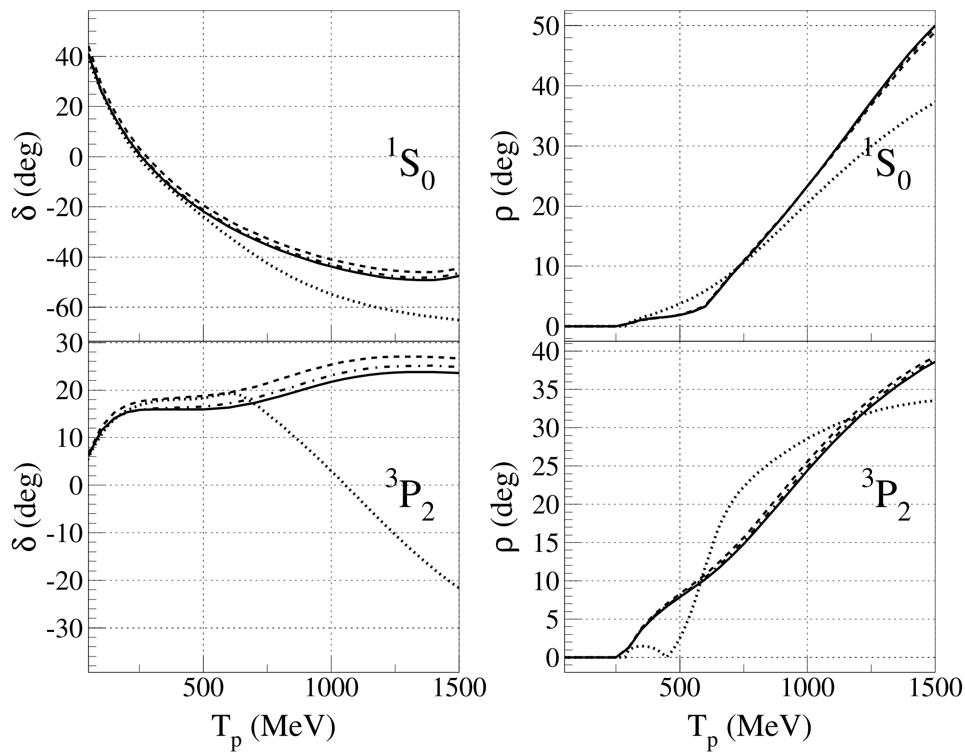


Abbildung 5.5: Partialwellen mit Isospin T=1, in denen Änderungen aufgrund der beiden neuen Mesonen auftreten: $^1S_0$ und $^3P_2$. Die durchgezogene Kurve zeigt das Ergebnis ohne die Mesonen η' und $f_0(980)$, die gestrichelte das Ergebnis mit diesen beiden Mesonen und die Strich-Punkt-Linie die effektiven Auswirkungen mit veränderter σ-Kopplung. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04.

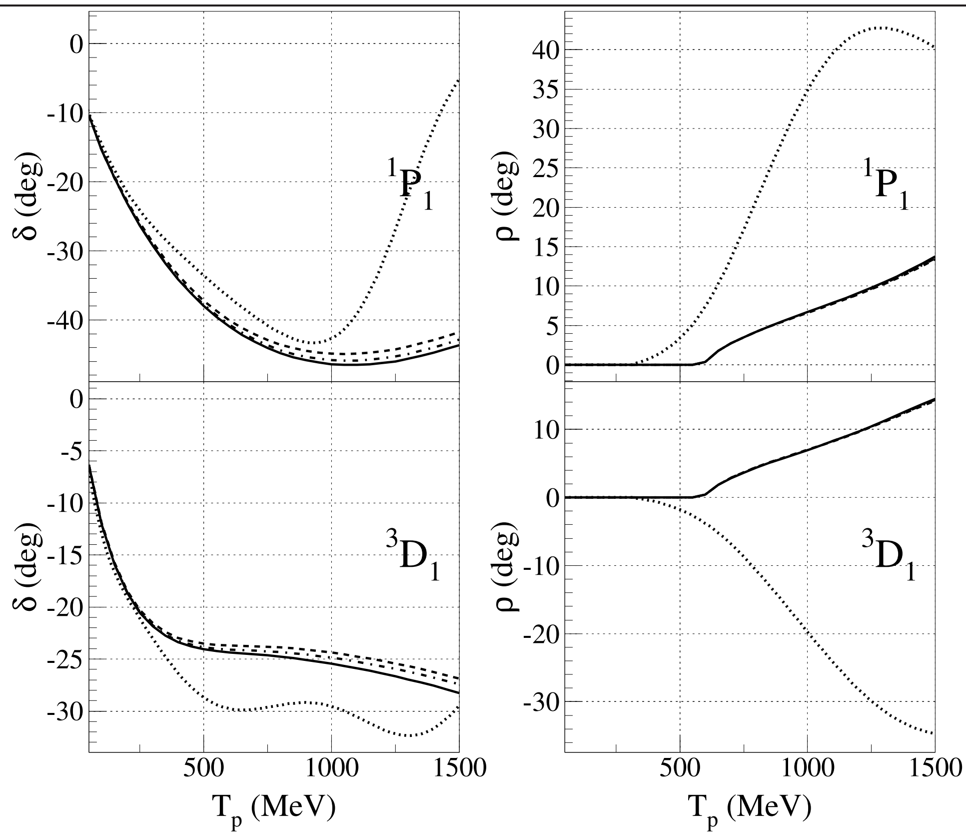


Abbildung 5.6: Partialwellen mit Isospin T=0, in denen Änderungen aufgrund der beiden neuen Mesonen auftreten: $^1P_1$ und $^3D_2$. Die durchgezogene Kurve zeigt das Ergebnis ohne die Mesonen η' und $f_0(980)$, die gestrichelte das Ergebnis mit diesen beiden Mesonen und die Strich-Punkt-Linie die effektiven Auswirkungen mit veränderter σ-Kopplung. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04.

Die Auswirkungen der neuen Mesonen auf das Potential werden zum einen durch die Struktur der Wechselwirkung gegeben[1] und zum andern durch die Änderung des Potentialtopfes: Wird die Stärke der Zentralkraft variiert, hat das natürlich Folgen für die anderen Partialwellen, die aber nicht direkt auf die Struktur des neuen Mesons zurückzuführen sind.

Ich möchte nicht nur den absoluten, sondern auch den relativen Effekt, ohne Veränderungen aufgrund der geänderten zentralen Wechselwirkung, sehen. Dazu ändere ich im Parametersatz mit den neuen Mesonen die σ-Kopplung so, dass die Werte der $^1S_0$- und $^3S_1$-Wellen[2] für 20 MeV bis auf eine Nachkommastelle identisch mit dem Ergebnis ohne η' und $f_0(980)$ sind.

Die absoluten Auswirkungen sind gering: Bei den T=1 Phasen wird die $^1S_0$ Phase kleiner, d.h. die Anziehung wird verstärkt, und der Realteil der $^3P_2$ Phase wird

[1]Das η' ist wie das η und das π ein pseudoskalares Meson, das $f_0(980)$ ist wie das σ ein skalares Meson. Entsprechend liefern sie Beiträge zur zentralen, Spin-Spin, Spin-Bahn oder Tensor Wechselwirkung.

[2]Die Stärke der Zentralkraft zeigt sich vor allem in den S-Wellen. Da die Parameter des σ-Mesons für $T = 1$ und $T = 0$ getrennt variiert werden können, ist es möglich sowohl die $T = 1$ als auch die $T = 0$ Phasen entsprechende zu ändern.

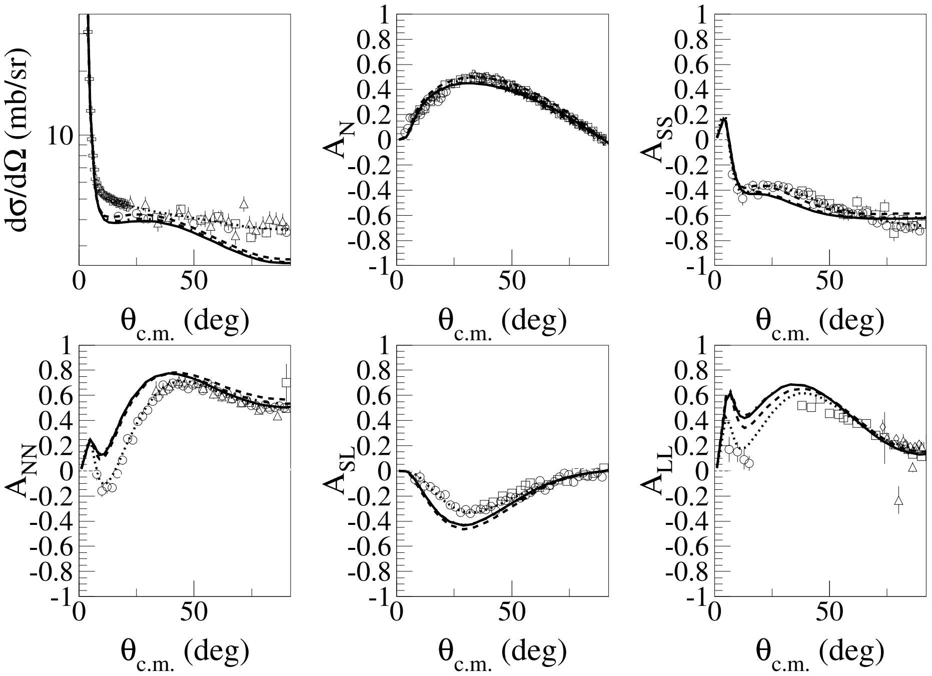


Abbildung 5.7: Winkelverteilungen der pp-Streuung bei einer Laborenergie von 450 MeV. Die durchgezogene Kurve zeigt das Ergebnis ohne die Mesonen η' und $f_0(980)$, die gestrichelte das Ergebnis mit diesen beiden Mesonen und die Strich-Punkt-Linie die effektiven Auswirkungen. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04.

größer. Bei den T=0 Phasen ändern sich die $^1P_1$ Partialwelle, die i.A. sehr empfindlich ist, und die $^3D_1$ Partialwelle. Diese Streuphasen sind in den Abb. 5.5 und Abb. 5.6 gezeigt. Durch die Verschiebung der zentralen Wechselwirkung werden die Auswirkungen kleiner, die Tendenz bleibt aber erhalten. In den anderen Partialwellen ändert sich praktisch nichts und in den Observablen zeigen sich nur sehr leichte Unterschiede. Abb. 5.7 zeigt als Beispiel einer "großen" Änderung $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, A_N und die A_{ij} bei 450 MeV.

Die Auswirkungen des η' Mesons alleine sind so gering, dass praktisch kein Unterschied zu sehen ist. Das würde man auch vermuten, da der Beitrag des η Mesons gering ist und das η' Mesons mit einer größeren Masse noch weiter abgeschwächt wird. Die Effekte stammen also zum allergrößten Teil vom $f_0(980)$ Meson, das die gleichen Quantenzahlen wie das σ-Meson hat. Z.B. würde eine größere Masse des σ Mesons die Reichweite senken, was durch eine größere Kopplung des $f_0(980)$ Mesons zum Teil wieder aufgefangen werden könnte. So wird auch die zentrale Anziehung bei höheren Energien zumindest bei pp-Streuung größer, wie die negativere S-Welle zeigt.

Meson	m (MeV/c^2)	$g^2/4\pi$	Λ (MeV)	
$NN\alpha$-Vertizes				
π	138.03	13.8	1519	
η	547.30	5.81	830	
ω	782.60	23.1	1382	
ρ	769.00	1.09	1275	$f_\rho/g_\rho = 5.9$
a_0	983.00	4.75	1004	
$\sigma\,(T=1)$	497	5.502	1807	
$\sigma\,(T=0)$	482	3.513	1990	
η'	983.00	1.62	1433	
$f_0(980)$	958.00	2.50	1274	
$N\Delta\alpha$-Vertizes		$f^2/4\pi$		
π	138.03	0.224	640	
ρ	769.00	20.45	1508	

Tabelle 5.4: Parameter mit $\frac{f^2_{N\Delta\pi}}{4\pi} = 0.224$ und den beiden neuen Mesonen η' und $f_0(980)$.

5.3.1 Fit mit den neuen Parametern

Die Auswirkungen der beiden Mesonen η' und $f_0(980)$ sind, wie schon oben gesagt, gering, sie bringen dennoch insgesamt leichte Verbesserungen. Besonders die ^{1}P$_1$ Phase wird besser vorhergesagt, aber auch in den andern Phasen und Observablen sehen die Vorhersagen ein wenig besser aus.

Tabelle 5.4 zeigt die Parameter mit den neuen Mesonen. Abgesehen vom η Meson treten keine großen Änderungen auf. Sowohl die Kopplungskonstanten als auch die Cut-Off-Parameter ändern sich nur wenig. Nur beim $\sigma(T=0)$ Meson wird der Cut-Off-Parameter Λ ca. 300 MeV größer, die Kopplungskonstante wird um ca. 20 % kleiner und die Masse sinkt ebenfalls. Beim $\sigma(T=1)$ Meson werden zwar auch Kopplung und Masse kleiner, der Unterschied ist aber nicht so groß.

Wie zu erwarten, sind η und η', beide pseudoskalare Teilchen, korreliert. Da die Parameter des η Mesons schwer festzulegen sind, gilt das auch für das η' Meson. Die Kopplungen von η und η' praktisch wahllos zu ändern; man kann die η-Kopplung hoch- und dafür die η'-Kopplung tiefsetzen, das Resultat ist das Gleiche. Da sich beim Einbau der N(1535)-Resonanz das η als wichtig erweisen wird, sollte seine Kopplung nicht zu klein sein.

Die Vorhersagen mit den neuen Parametern zeigen Abbildungen 5.11 bis 5.15 (durchgezogene Kurve) am Ende des Kapitels. Diese Ergebnisse stellen die beste Anpassung an die Streuphasen und die Observablen dar, die ich ohne weitere baryonische Resonanzen neben der Δ-Resonanz erzielen konnte.

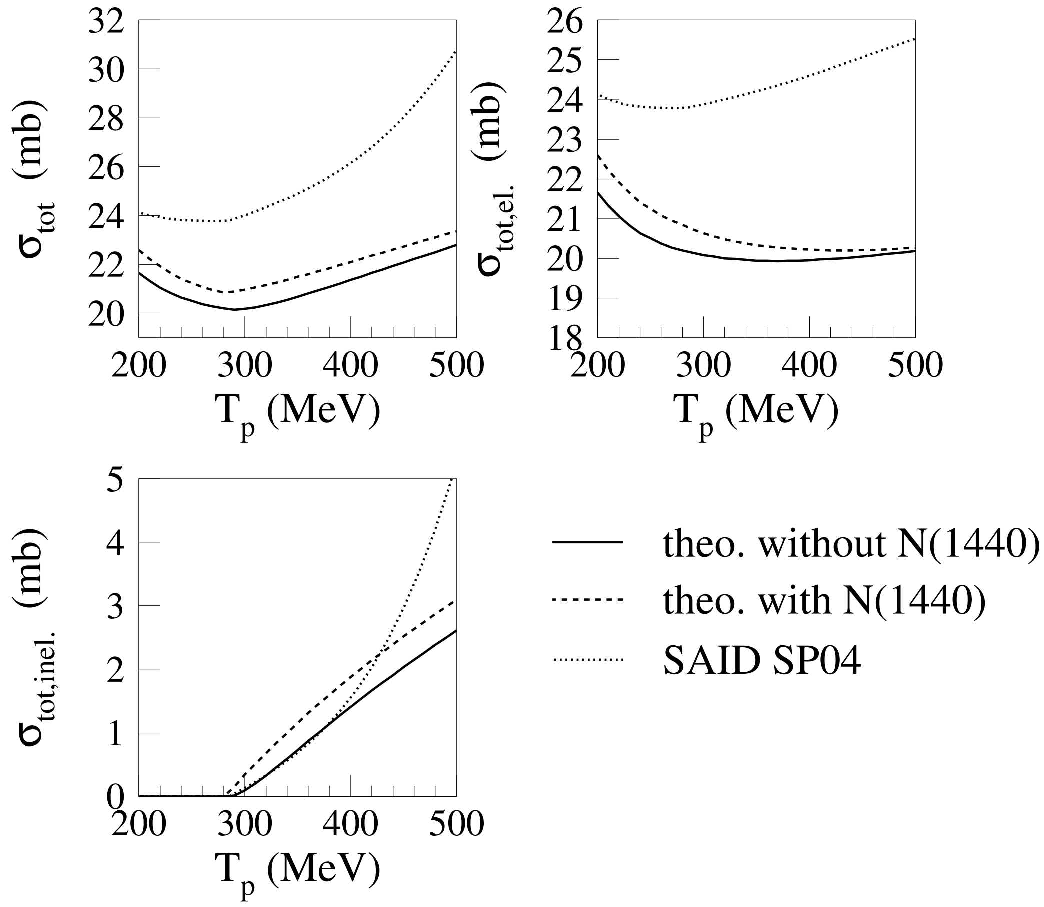


Abbildung 5.8: Totaler, elastischer und inelastischer Wirkungsquerschnitt der pp-Streuung von 200 bis 500 MeV. Modellvorhersagen mit und ohne $N^*(1440)$ im Vergleich zur SAID-Analyse SP04

5.4 Auswirkungen der Resonanz $N(1440)$

Der Einbau der Roper-Resonanz $N(1440)$ ist der erste Schritt der Erweiterung in höhere Energiebereiche. Die Startparameter wählen wir wie in Abschnitt 3.5.1 beschrieben.

Um den Effekt des $N(1440)$ zu untersuchen, gehe ich vor wie bei den beiden Mesonen η' und $f_0(980)$ (siehe oben). Die Änderungen für die pp-Observablen sind äußerst gering. Die Partialwellen zeigen zwar mehr Inelastizitäten, wie zu erwarten war, doch reicht dieser Anstieg nicht zu einer signifikanten Verbesserung des inelastischen Wirkungsquerschnitts.

Abbildung 5.8 zeigt den inelastischen pp-Wirkungsquerschnitts im Energiebereich von 200 bis 500 MeV, um die Unterschiede an der Pionproduktionsschwelle bei ca. 300 MeV zu sehen. Es zeigt sich, dass der Beitrag des $N(1440)$ ungefähr 1 mb

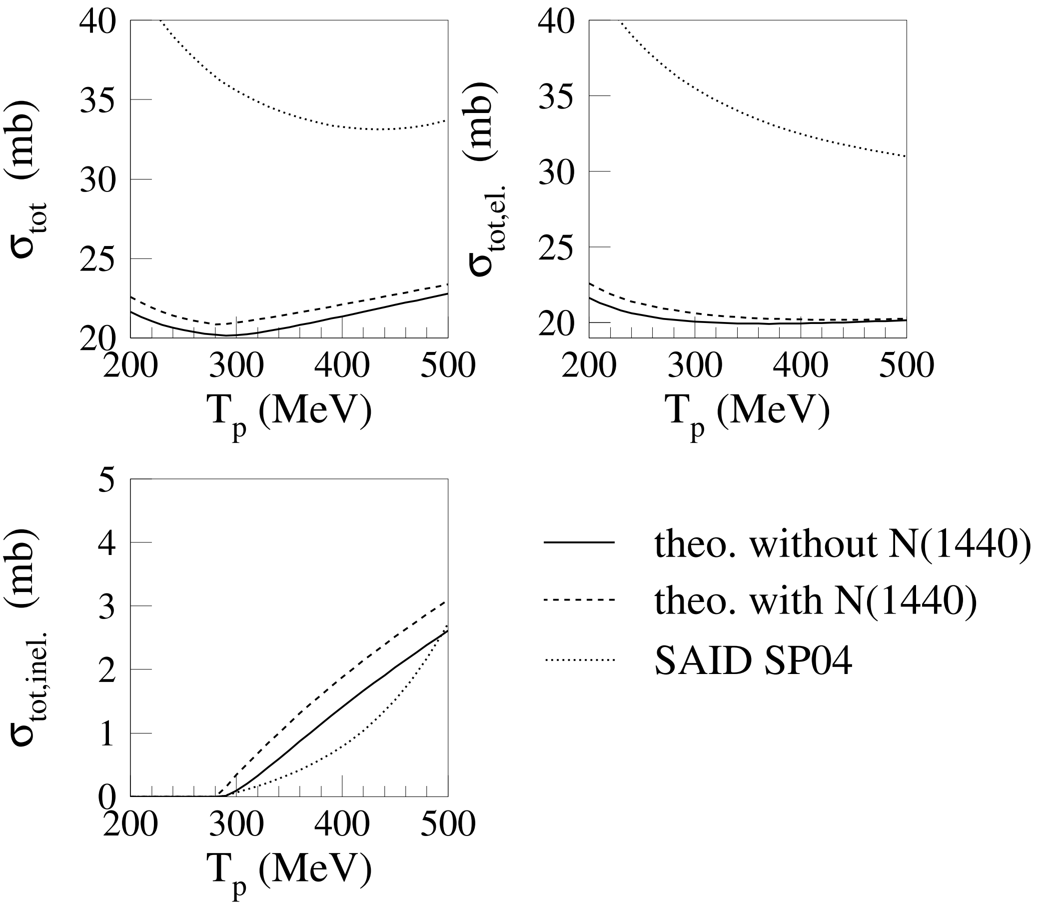


Abbildung 5.9: Totaler, elastischer und inelastischer Wirkungsquerschnitt von 200 bis 500 MeV bei np-Streuung für das Modell mit und ohne $N^*(1440)$ im Vergleich zur SAID-Analyse SP04

ausmacht, also nicht ausreicht, um die fehlenden Inelastizitäten zu beschreiben.
Etwas besser sieht es bei Neutron-Proton-Streuung (np-Streuung) aus. Bisher konnten in diesem Zweig der NN-Wechselwirkung Inelastizitäten nicht ab der Pionproduktionsschwelle erzeugt werden, sondern erst bei höheren Energien, da der $N\Delta$-Graph wegen Isospin-Erhaltung nicht erlaubt ist. Dies zeigt Abbildung 5.10, in der die Phasen für np-Streuung gezeigt sind[3], ganz klar (die gestrichelte Kurve wurde mit dem Parametersatz mit $N(1440)$ berechnet). Das hat aber nur geringe Auswirkungen auf die den Wirkungsquerschnitt. Auch hier zeigt ein vergrößerter Blick auf den Wirkungsquerschnitt (Abbildung 5.9), dass an der Pion-Produktionsschwelle nicht genug Inelastizität erzeugt wird, um den experimentellen Daten gerecht zu werden. Aber erst durch die Hinzunahme der $N(1440)$ Resonanz ist bei den np-Phasen die

[3]Die SAID-Analyse liefert für die Größe ρ bei der $^3D_1$-Phase einen negativen Wert, obwohl die Definition von ρ nur positive Werte erlaubt.

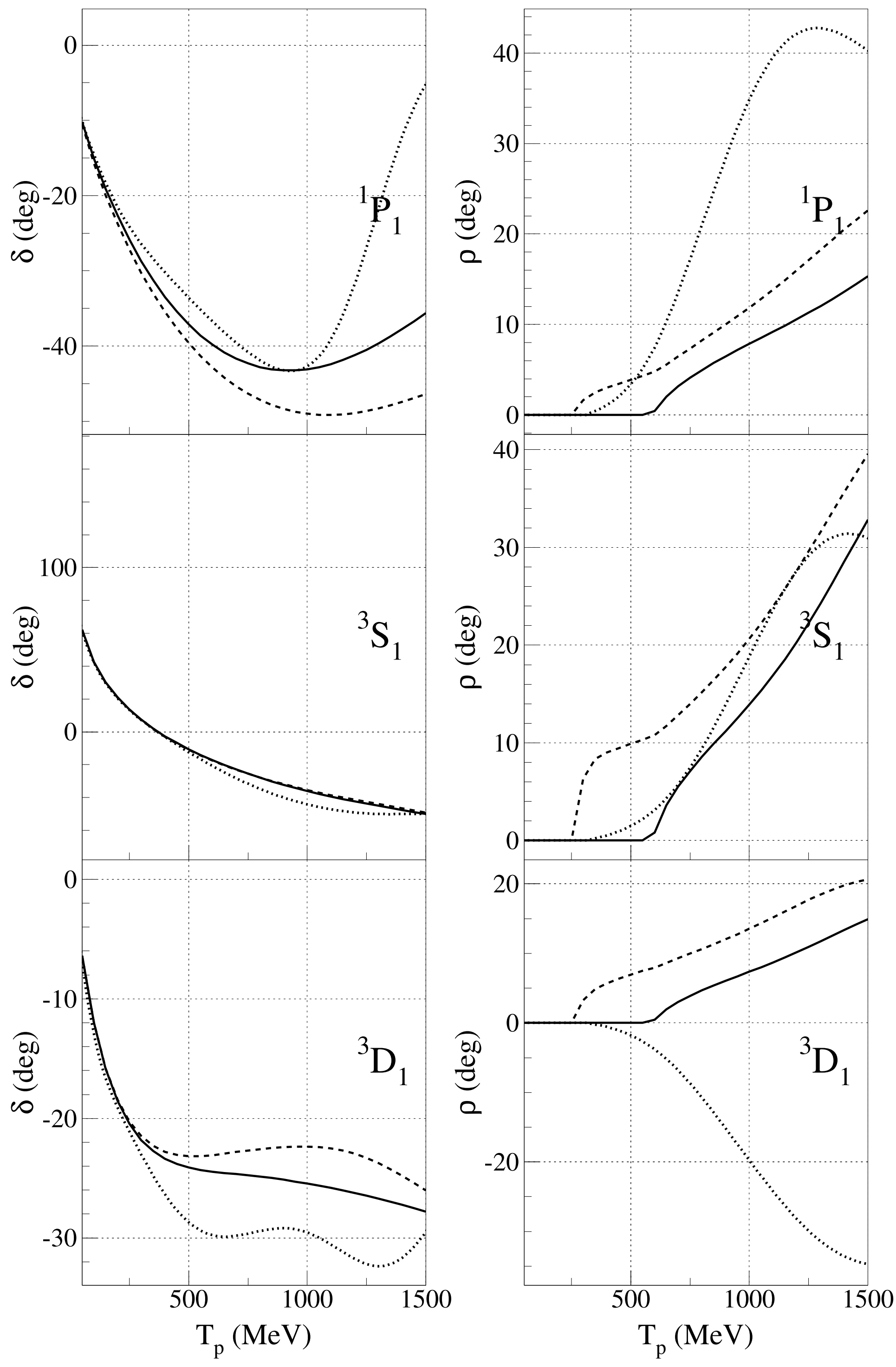


Abbildung 5.10: Partialwellen für J=1 mit Isospin T=0. Die durchgezogene Kurve zeigt die Ergebnisse ohne $N(1440)$-Isobar, die gestrichelte die Ergebnisse mit $N(1440)$-Isobar. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analysen SP04.

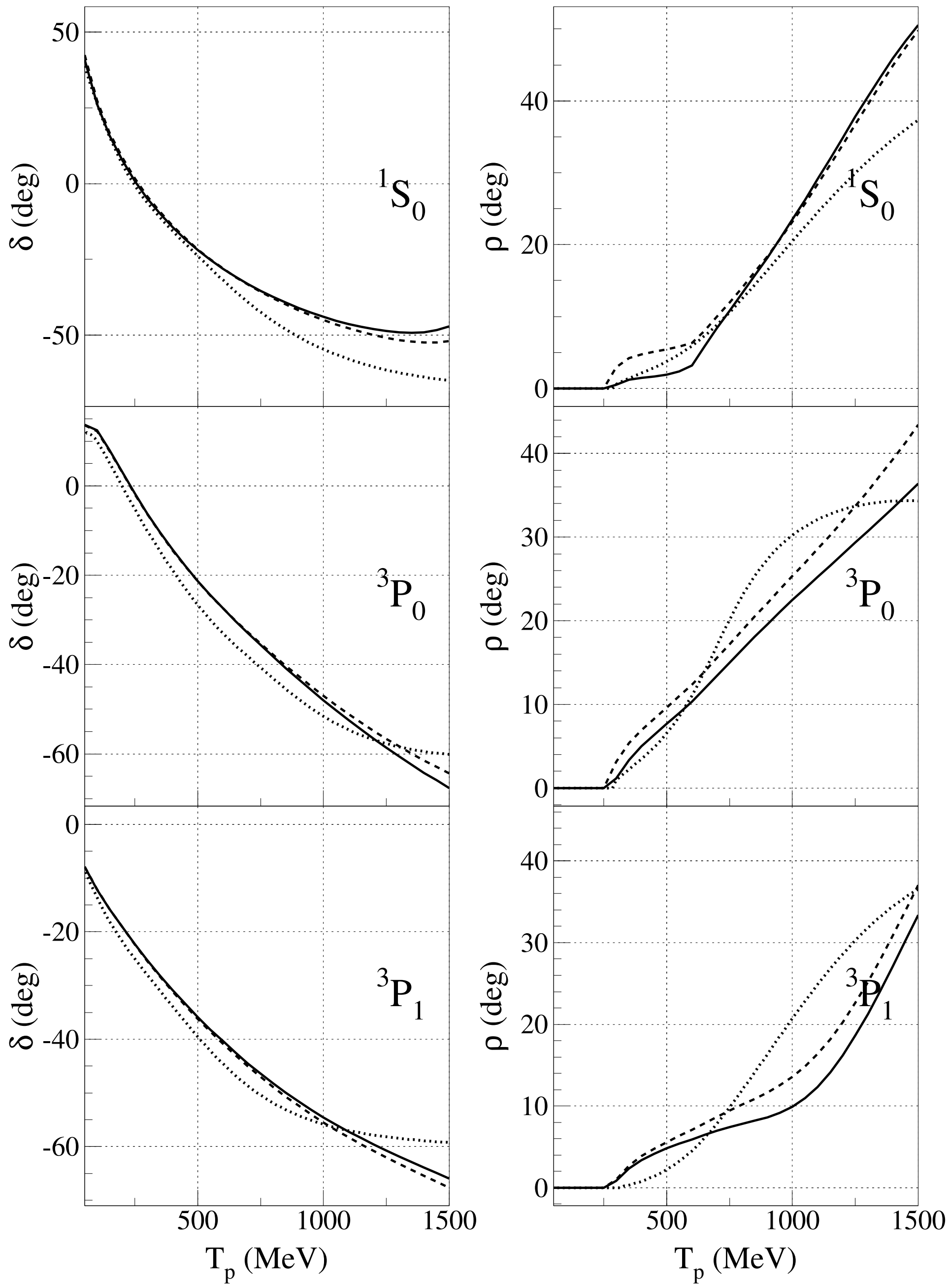


Abbildung 5.11: Partialwellen bis J=1 mit Isospin T=1. Die durchgezogene Kurve zeigt die Ergebnisse ohne $N(1440)$-Isobar, die gestrichelte die Ergebnisse mit $N(1440)$-Isobar. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04.

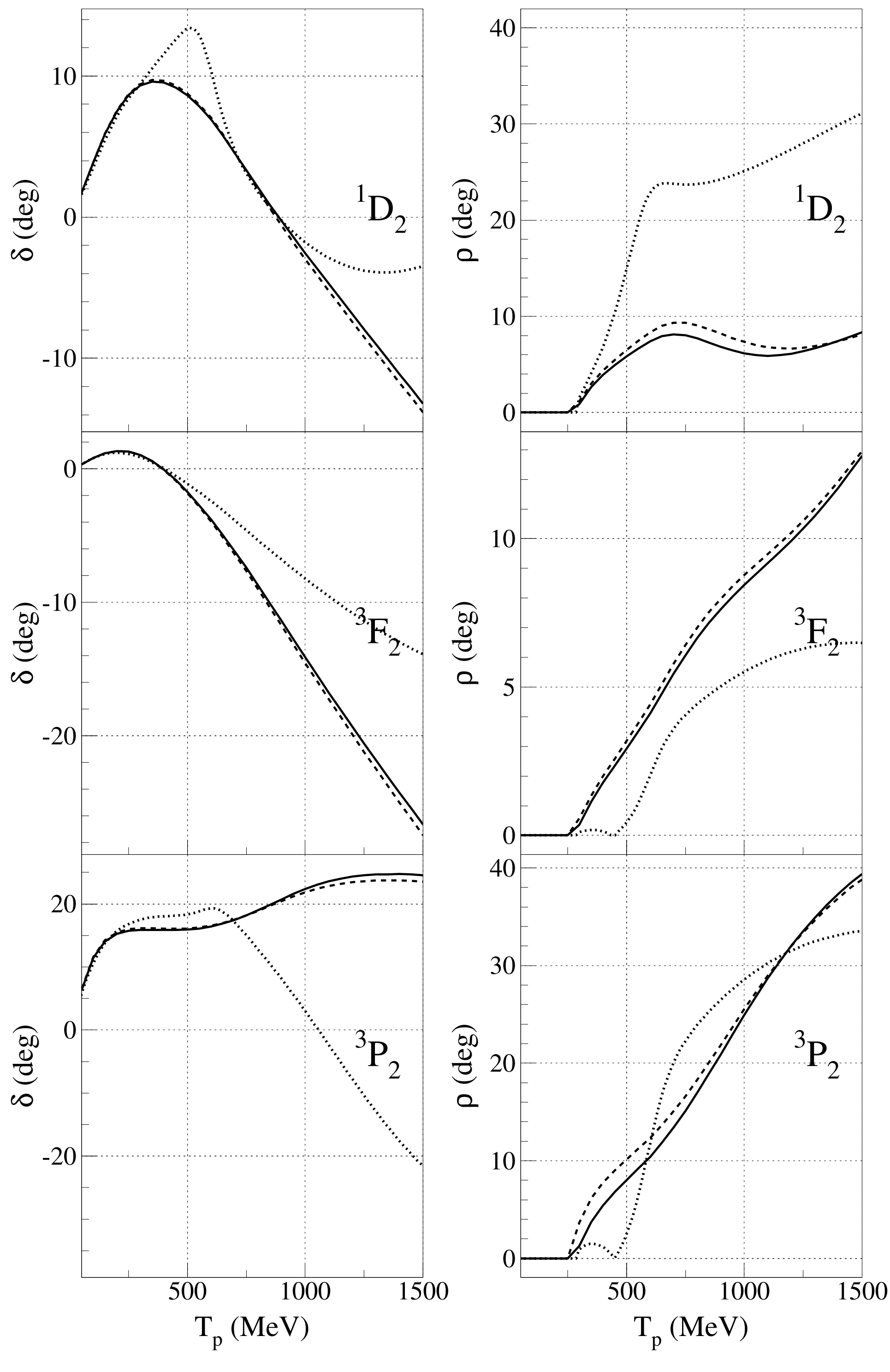


Abbildung 5.12: Partialwellen für J=2 mit Isospin T=1. Die durchgezogene Kurve zeigt die Ergebnisse ohne $N(1440)$-Isobar, die gestrichelte die Ergebnisse mit $N(1440)$-Isobar. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04.

Möglichkeit einer guten Beschreibung der T=0 Partialwellen gegeben.

5.4.1 Fits mit $N(1440)$

Wir hoffen mit Hilfe der $N(1440)$-Resonanz die Daten oberhalb 1 GeV besser wiedergeben zu können. Deshalb erweitern wir nun den Fitbereich bis 1.5 GeV und $J = 6$, allerdings gestaffelt nach Energie und Drehimpuls. Bis 300 MeV betrachten wir nur Phasen bis $J = 2$, bis 800 MeV nur Phasen bis $J = 4$ und erst dann alle Phasen bis $J = 6$. Die np-Partialwellen werden nur bis 800 MeV gewertet, weil darüber nur sehr wenige experimentelle Daten vorliegen, wodurch die Partialwellenanalysen unsicherer werden. Ich mache Minimierungsrechnungen mit unterschiedliche Vergleichs-

Meson	m (MeV/c²)	$g^2/4\pi$	Λ (MeV)	
$NN\alpha$-Vertizes				
π	138.03	13.8	1498	
η	547.30	2.00	1300	
ω	782.60	23.6	1396	
ρ	769.00	1.10	1281	$f_\rho/g_\rho = 5.9$
a_0	980.00	4.75	1004	
$\sigma\,(T=1)$	494	5.421	1924	
$\sigma\,(T=0)$	495	3.593	1700	
η'	958.00	1.62	1433	
$f_0(980)$	980.00	2.50	1471	
$N\Delta\alpha$-Vertizes		$f^2/4\pi$		
π	138.03	0.224	677	
ρ	769.00	20.45	1480	
$NN(1440)\alpha$-Vertizes		$g^2/4\pi$		
π	138.03	10.00	800	
σ	769.00	0.72	1119	

Tabelle 5.5: Parameter mit allen Erweiterungen: $\Delta(1232)$ und $N(1440)$ Zwischenzuständen und allen Mesonen bis zu einer Masse von 1 GeV

werten. Zum einen gebe ich verschiedene Fehler an und ändere die Wichtungen der Partialwellen, zum andern berücksichtige ich Werte bei höheren Energien und Partialwellen mit größerem Gesamtdrehimpuls J. Partialwellen über $J = 6$ anzufitten ist nicht sinnvoll, da diese auch ohne Fits gut vorhergesagt werden[4] und sich bei verschiedenen Parametersätzen nur wenig unterscheiden.

[4] Die GWU(VPI)-Gruppe verwendet die Modellvorhersagen des Ein-Pion-Austauschs als Grundlage. Bis 1.5 GeV sind auch die Ergebnisse unseres Modells für die Phasen mit $J \geq 6$ vom Ein-Pion-Austausch bestimmt.

Die Wahl der Vergleichswerte hat einen großen Einfluß. Der beste Parametersatz wurde mit Referenzwerten gewonnen, die nur bis 800 MeV und J=4 Werte angaben. Bei Hinzunahme von höheren Partialwellen bzw. Energien wurde die Anpassung an die Werte bei niedrigen Partialwellen bzw. Energien schlechter, aber auch im höheren Bereich wurde die Beschreibung nur wenig besser. Trotz mehr Parametern, also mehr Freiheitsgraden, ließ sich mit keinem Vergleichssatz ein besseres Ergebnis erzielen. Es ändert sich nicht viel, nur leichte Unterschiede in den Depolarisationsparametern R(0s0s) und A(0s0k) bei hohen Energien und Winkeln und bei A_{LL} bei kleinen Winkeln und Energien fallen auf.

Der $NN\pi$-Cut-Off-Parameter sinkt bei manchen Fits leicht, bei anderen gar nicht. Auch ein Fit mit Fixierung auf 1000 MeV hat keine guten Ergebnisse gebracht. Die $N(1440)$ Resonanz kann also nicht die Rolle eines "schweren Pion" übernehmen, wie es in [?] eingeführt wurde, um einen kleinere Cut-Off-Parameter und damit einen sanften Formfaktor verwenden zu können.

Diese Ergebnisse wurden nur mit dem Pion als Austauschmeson bei der $NN(1440)$-Box gewonnen. Erst nachdem mit diesen Freiheitsgraden ein annehmbarer Parametersatz gewonnenwurde, habe ich das σ Meson berücksichtigt. Aber auch unter Berücksichtigung des σ-Mesons läßt sich keine bessere Anpassung erzielen. Wenn keine untere Grenze für die Kopplungen angegeben wird, werden bei beiden Mesonen sehr kleine Werte nahe Null bevorzugt. Der Einfluss der $N(1440)$ Resonanz wird also möglichst gering gehalten.

Tab. 5.5 zeigt die Parameter unter Berücksichtigung des $N(1440)P_{11}$ Isobars. Die meisten Parameter ändern sich nur wenig. Bei $\sigma(T = 0)$ wird der Cut-Off-Parameter $\Lambda_{NN\sigma}(T = 0)$ um ca. 200 MeV größer, während die Masse und die Kopplungskonstante leicht kleiner werden.

Die Abbildungen 5.11 bis 5.15 zeigen die Vorhersagen mit den Parametern aus Tab. 5.4 und den neuen Parametern mit $N(1440)$ Resonanz. Hier werden auch die Ergebnisse für np-Streuung der Winkelverteilungen bei 450 MeV wiedergegeben, um den Einfluss des $N(1440)$-Isobar zu zeigen.

Die Streuphasen für Isospin $T = 1$ (Abb. 5.11, 5.12) ändern sich nicht viel, allerdings werden die Imaginärteile etwas größer. Die $T = 0$ Phasen (Abb. 5.10) ändern sich stärker. Der Verlauf des Realteils der $^3D_2$ Phase stimmt nun besser mit den SAID-Analysen überein, allerdings werden zu große Werte vorhergesagt. Die $^1P_1$ Phase wird leider nicht mehr so gut beschrieben. In dieser Phase treten schon bei kleinen Parameteränderungen große Unterschiede auf. Man sieht gut, dass nun schon ab der Pion-Produktionsschwelle Inelastizitäten auftreten.

Bei den Observablen ist oft nur eine Modell-Kurve zu sehen, weil die berechneten Werte beider Parametersätze nahezu identisch sind. Der totale Wirkungsquerschnitt der pp-Streuung (Abb. 5.13) wird weiterhin schlecht wiedergegeben. Die Berechnungen mit $N(1440)$ ergeben nur leicht größere Werte, die oberhalb von ca. 500 MeV viel kleiner als die experimentellen Daten sind.

Sowohl die pp- wie auch die np-Winkelverteilungen werden bei 450 MeV gut wieder-

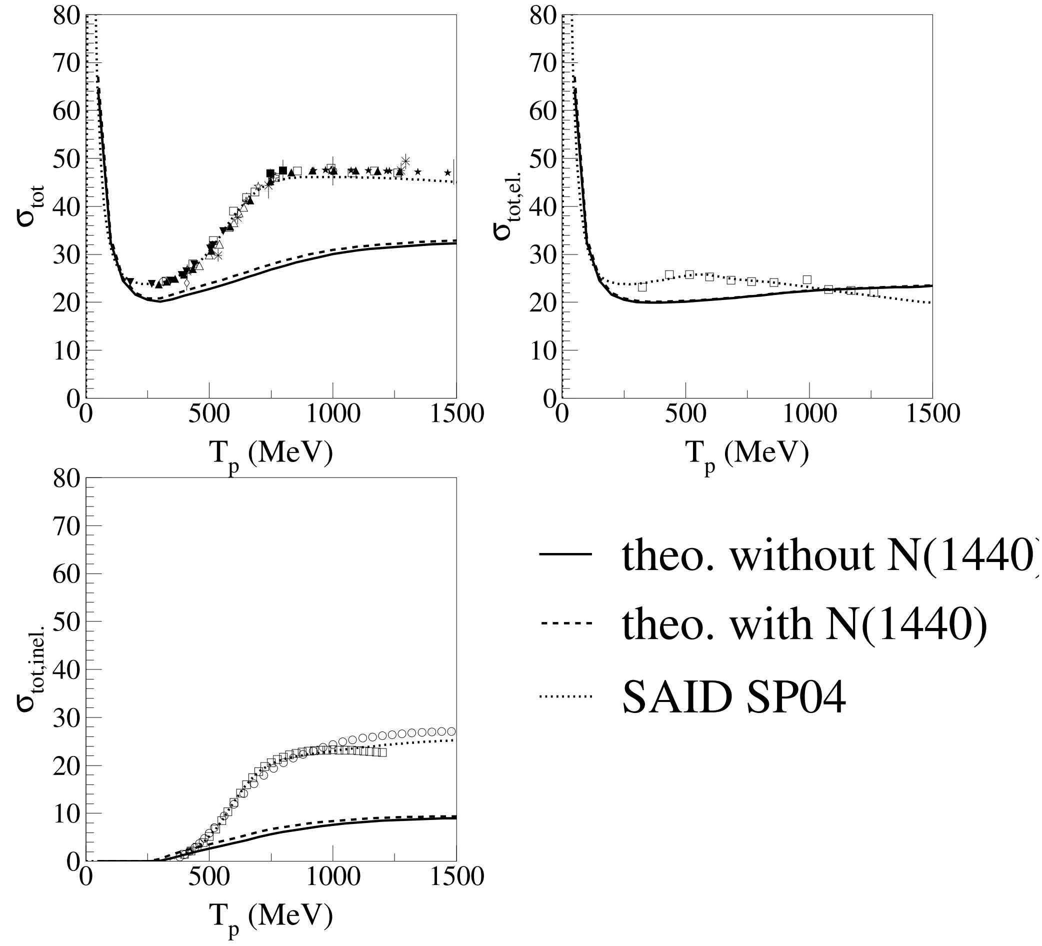


Abbildung 5.13: Totaler Wirkungsquerschnitt (pp-Streuung) bis zu einer Laborenergie von 1.5 GeV. Die durchgezogene Linie zeigt die Ergebnisse ohne $N(1440)$ (aber mit η' und $f_0(980)$), die gestrichelte die Ergebnisse mit $N(1440)$. Die gepunktete Linie zeigt die Streuphasenlösung SP04

gegeben[5]. Der Einfluss des $N(1440)$-Isobars ist allerdings sehr gering. Es sind nur leichte Unterschiede im differentiellen Wirkungsquerschnitt zu sehen. Schon vorher war die qualitative Beschreibung der NN-Streudaten unterhalb von 1 GeV durch das Mesonaustauschmodell gut, erst darüber setzen die großen Diskrepanzen ein.
Bei 1300 MeV zeige ich nur die pp-Ergebnisse, weil bei np-Streuung keine Daten vorliegen. Die Übereinstimmung ist wie erwartet weit geringer. Besonders fällt die Diskrepanz bei A_N und A_{SS} auf, aber auch die Beschreibung der Depolarisationsparameter D_{ij} ist schlecht. Allerdings liegen für die D_{ij} nur sehr wenige experimentelle Daten vor.

[5]Die np-Winkelverteilungen werden von 0° bis 180° dargestellt, weil np-Streuung nicht wie pp-Streuung symmetrisch in Θ_{cm} ist.

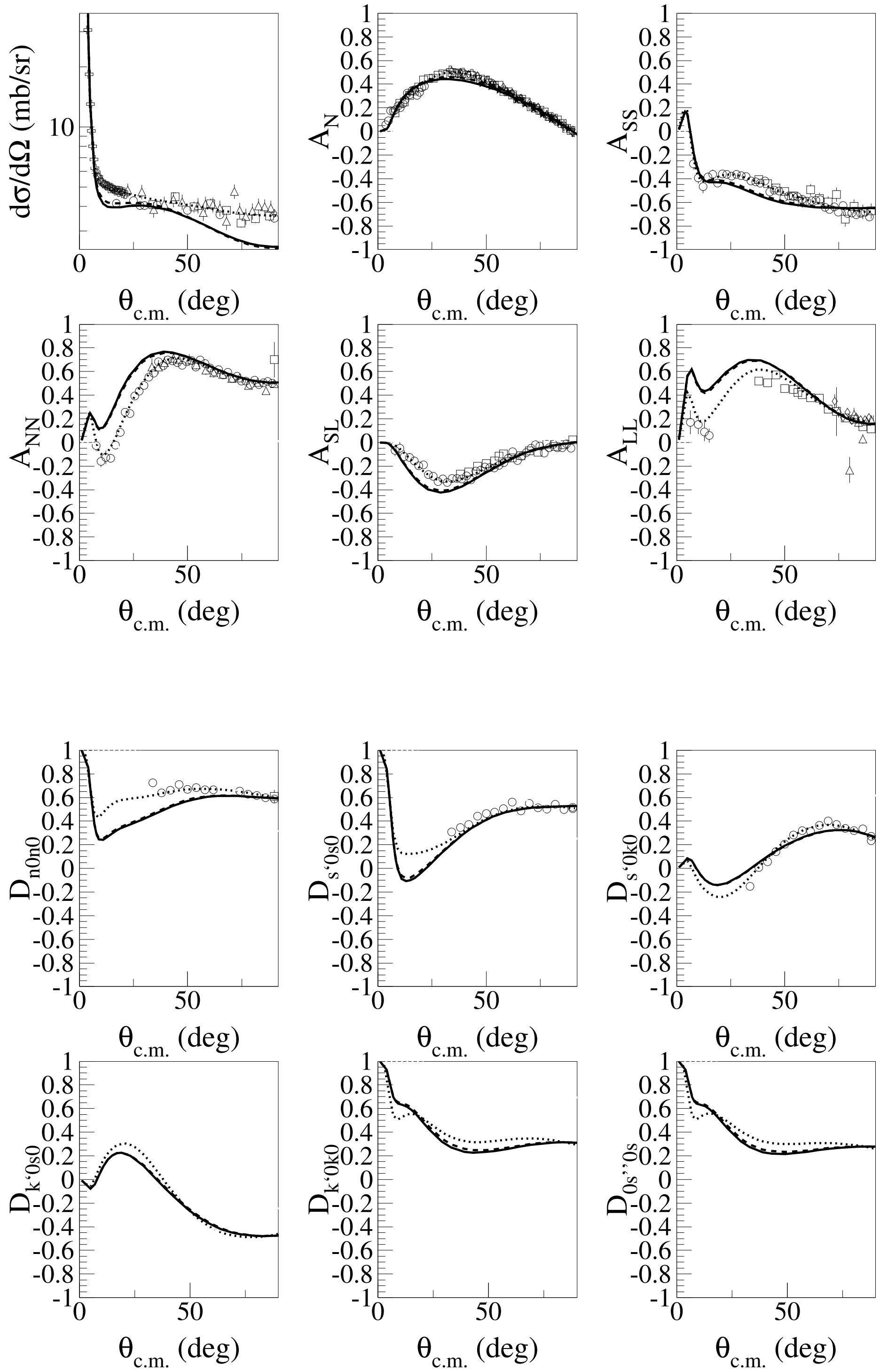


Abbildung 5.14: Winkelverteilungen bei 450 MeV. Die durchgezogene Kurve zeigt die Ergebnisse ohne $N(1440)$-Isobar, die gestrichelte die Ergebnisse mit $N(1440)$-Isobar. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04.

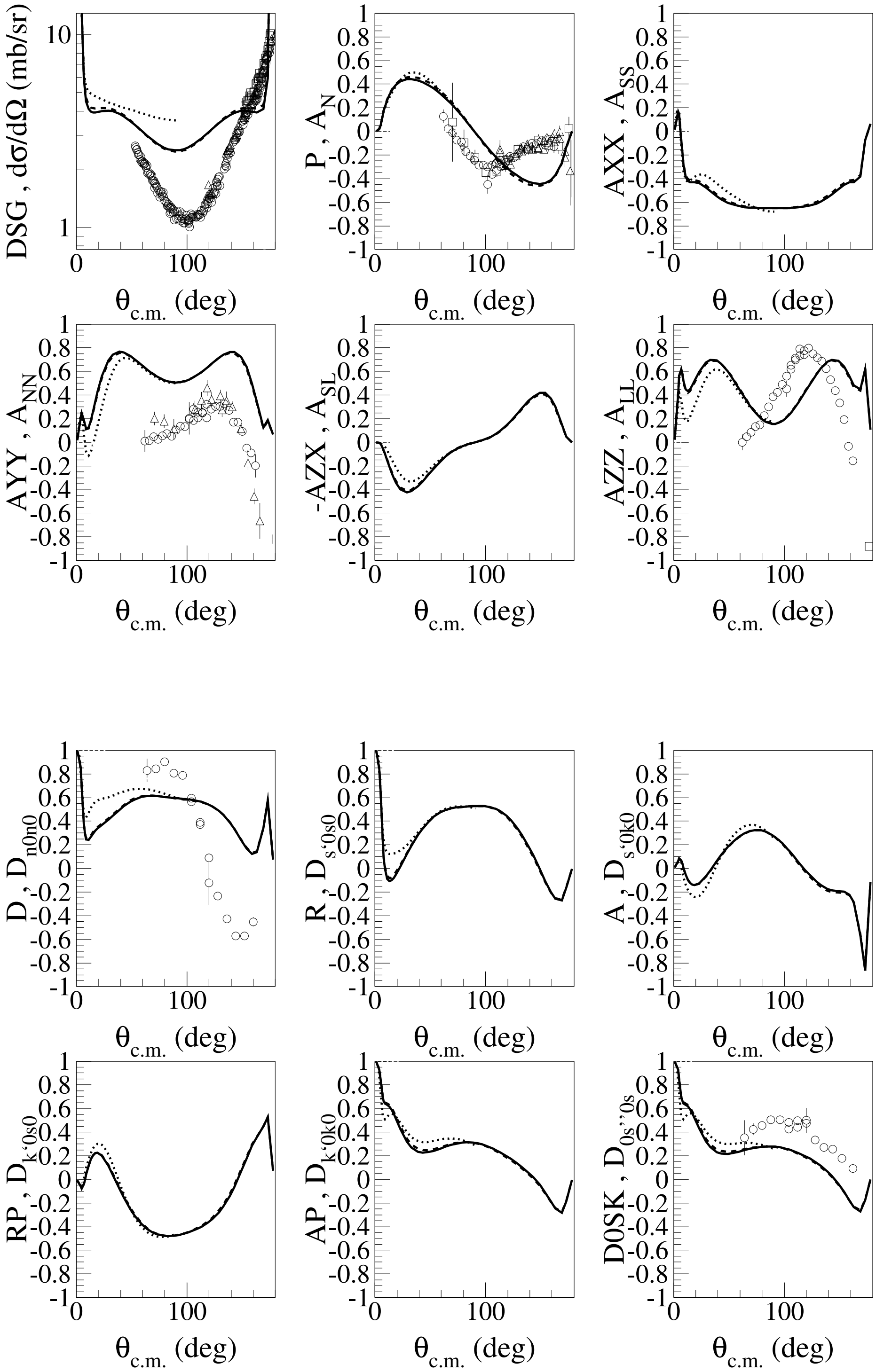


Abbildung 5.15: Winkelverteilungen der NP-Streuung bei 450 MeV. Die durchgezogene Kurve zeigt die Ergebnisse ohne $N(1440)$-Isobar, die gestrichelte die Ergebnisse mit $N(1440)$-Isobar. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04.

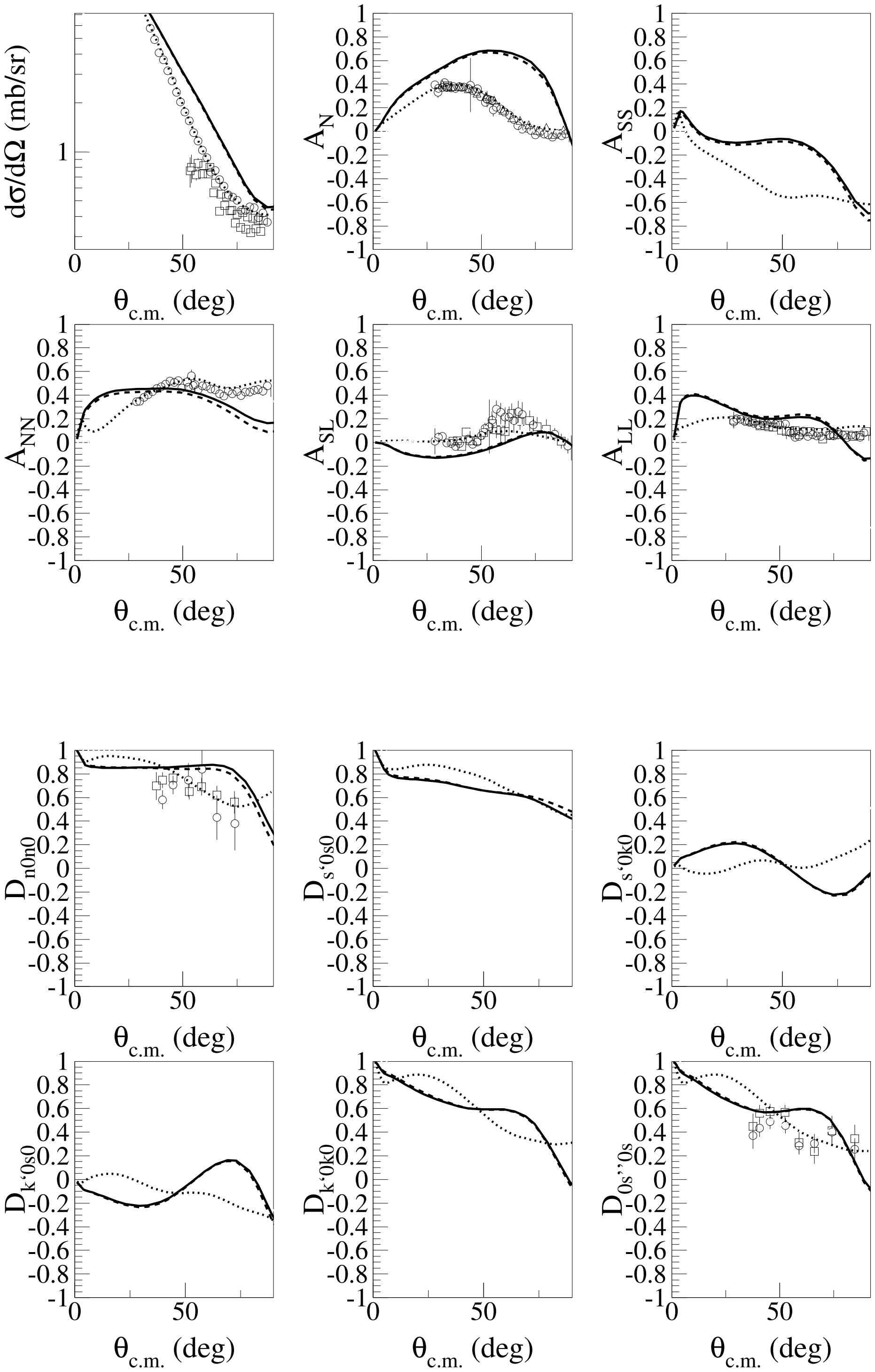


Abbildung 5.16: Winkelverteilungen bei 1300 MeV. Die durchgezogene Kurve zeigt die Ergebnisse ohne $N(1440)$-Isobar, die gestrichelte die Ergebnisse mit $N(1440)$-Isobar. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04.

Die $N(1440)$ Resonanz scheint keinen Einfluss auf das Verhalten oberhalb 1 GeV zu haben, sodass ein Fit in diesem Bereich genausowenig zum Erfolg führen kann, wie ein Fit ohne die $N(1440)$ Resonanz. Die Ergebnisse im Isospin T=0 Kanal werden zwar stark verändert, da hier nun viel früher Inelastizitätsprozesse stattfinden können, diese Beiträge treten jedoch nur unterhalb von 1 GeV zu Tage. Mit Einsetzen der Pion-Produktion durch Δ-Zerfall übernimmt diese den Hauptteil der Inelastizität.
Mit der $N(1440)$-Resonanz kann der Verlauf der pp-Observablen oberhalb von 1 GeV also nicht besser beschrieben werden. Zur Erklärung der NN-Streuung bei diesen Energien im Mesonaustausch-Bild sind also weitere theoretische Anstrengungen notwendig. Der nächste Schritt wäre die Hinzunahme der schon beschriebenen $N(1535)$-Resonanz, die eine neue Struktur liefern kann, weil sie im Gegensatz zum Nukleon negative Parität hat. Diese Arbeit steht allerdings noch aus.

5.5 Partialwelle $^3P_2$

Die Bedeutung einer Partialwelle für die daraus folgenden Observablen ist nicht für alle Partialwellen bei allen Observablen gleich groß. Die Analysierstärke A_N ist z.B. eine Größe, die nur von Spin-Triplett Zuständen abhängt. Die Vorhersagen für diese Größe weichen oberhalb von ca. 800 MeV stark von den experimentellen Daten ab. Die vorhergesagten Werte sind nicht nur zu groß (größer als 0.5, statt kleiner), sondern zeigen auch einen völlig anderen Verlauf (siehe Abb. 5.17(b)).
Die Vorhersagen des Modells für die $^3P_2$ Partialwelle (Spin-Triplett) sind ebenfalls oberhalb von 800 MeV sehr schlecht. Statt eines starken Abfalls von +20 bei 800 MeV zu -20 bei 1500 MeV, ist die vorhergesagte Kurve relativ konstant (bei +20) und steigt sogar leicht an (siehe Abb. 5.17(a)). Das Modell bietet keine Möglichkeit, auch nur den groben Verlauf zu reproduzieren. Die Vermutung liegt nahe (wie auch Eyser und Machleidt schreiben [?]), dass die $^3P_2$-Partialwelle für die Diskrepanz in der Analysierstärke A_N verantwortlich ist.
Um dies genauer zu untersuchen, habe ich die Observablen zum einen mit den SAID-Streuphasen berechnet und zum andern mit Werten, bei denen der Realteil der $^3P_2$ Phase mit den Modellvorhersagen identisch ist, aber die anderen Phasen den SAID-Phasen entsprechen. Der einzige Unterschied zwischen den beiden Berechnungen liegt also im Realteil der $^3P_2$, alle anderen Phasen sind identisch. Abb. 5.18(a) zeigt Real- und Imaginärteil der $^3P_2$-Partialwelle. Die gestrichelte Kurve, die man im Realteil sieht, ist das Ergebnis des Modells mit Parametersatz Tab. 5.4, die durchgezogene Linie gibt die SAID-Analyse wieder. Im Imaginärteil sieht man nur die durchgezogene (SAID-)Linie, da beide, wie in allen anderen Partialwellen, identisch sind.
Abb. 5.18(b) zeigt die daraus berechneten Ergebnisse für die Analysierstärke bei zwei ausgewählten Winkeln (33° und 69°) in Abhängigkeit von der Energie, sowie den σ und $\Delta\sigma_T$. Abb. 5.19 und 5.20 zeigen die Winkelverteilung des differentiellen Wirkungsquerschnitts $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, der Analysierstärke A_N und der Spinkorrelationsparame-

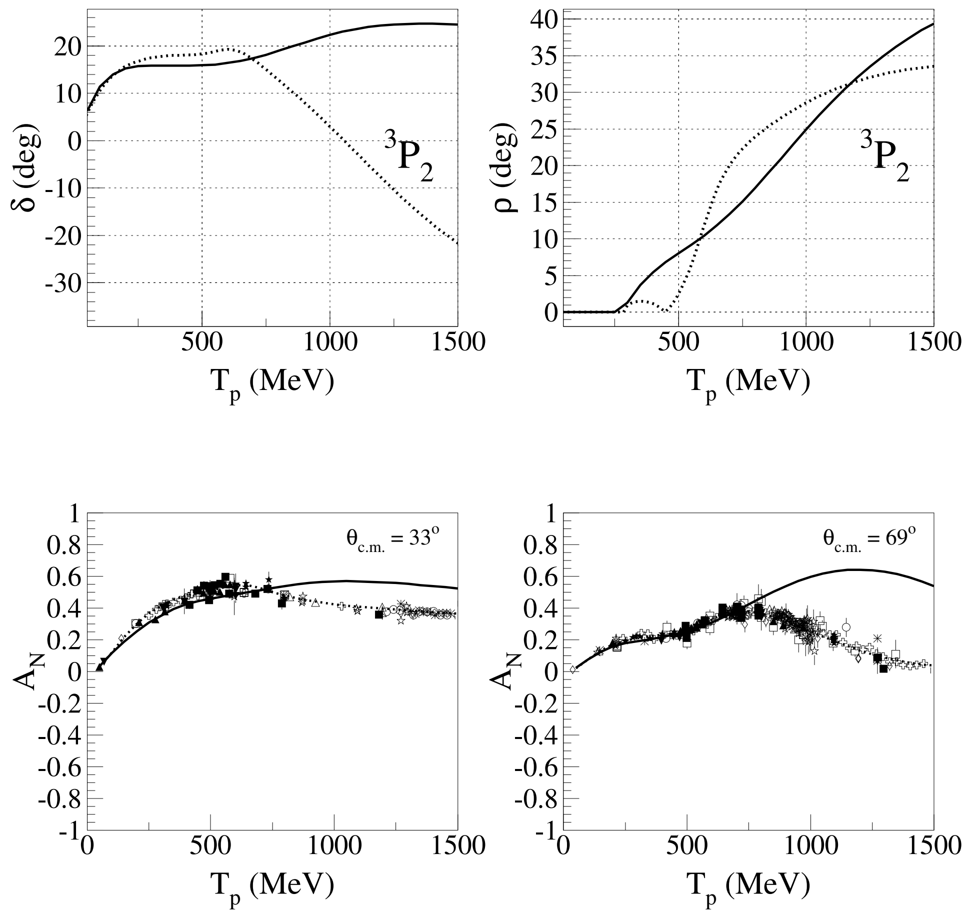
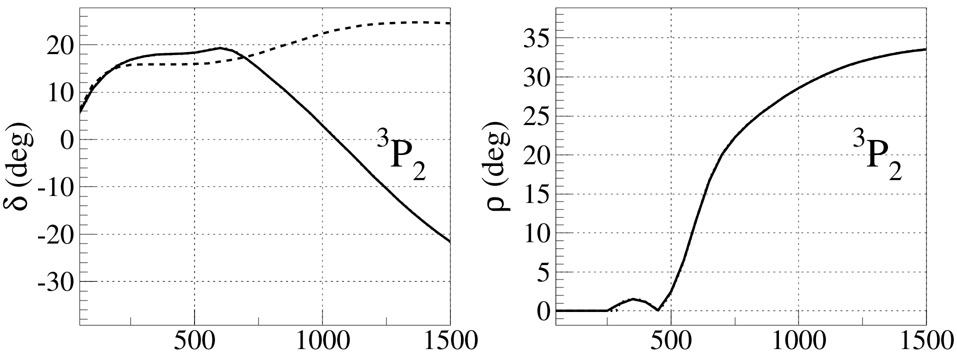


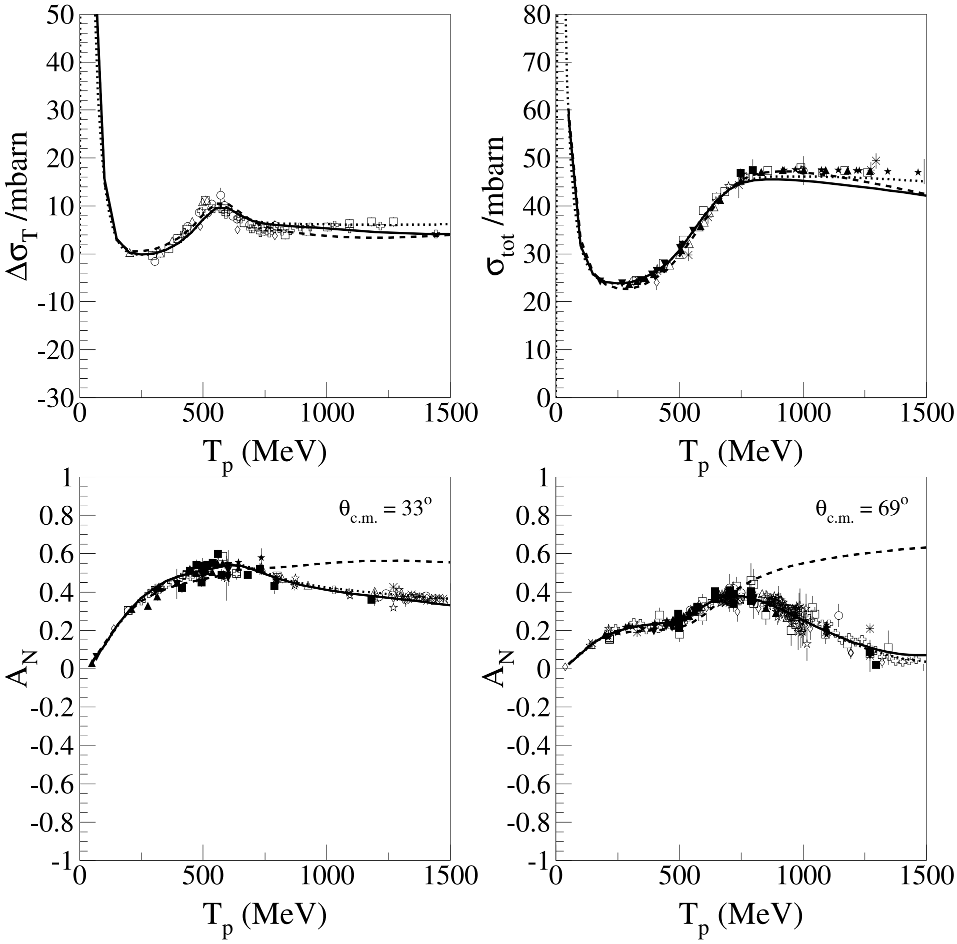
Abbildung 5.17: Zur Bedeutung der Partialwelle ^{3}P$_2$: Modellvorhersagen mit Parametersatz Tab. 5.4 a) $^3P_2$ Streuphasen b) Analysierstärke A_N bei 33° und 69°

ter.
Die Ergebnisse der ersten Rechnung (durchgezogene Linie) sollten sehr gut mit den experimentellen Daten übereinstimmen, da sie ja in den wichtigsten Partialwellen mit den Phasenanalysen übereinstimmen[6]. Abweichungen zwischen der durchgezogenen und der gestrichelten Kurve beruhen nur auf den Unterschieden im Realteil der ^{3}P$_2$-Phase.
In Abb. 5.18(b) sieht man, dass mit den vom Modell berechneten Werten der ^{3}P$_2$ die Analysierstärke oberhalb ca. 800 MeV völlig falsch vorhergesagt wird. Der Verlauf der Kurve ist, entsprechend dem $^3P_2$-Verlauf, substantiell anders, sogar das Vorzeichen der Steigung ändert sich. Die Vorhersagen des Modells für die Analysierstärke

[6] Zur Berechnung der Observablen werden Partialwellen bis J=25 verwendet. Da bei SAID aber nicht so viele Phasen angegeben werden, werden nur bis J=4 die SAID-Phasen benutzt, darüber die Vorhersagen des Modells. Dennoch beruhen die beiden betrachteten Kurven auf Phasen, die bis auf den Realteil der ^{3}P$_2$-Phase identisch sind.



(a)



(b)

Abbildung 5.18: Zur Bedeutung der Partialwelle $^3\mathrm{P}_2$: a) $^3\mathrm{P}_2$ Streuphasen. Die gestrichelte Kurve zeigt die Vorhersage des Modells, die durchgezogene die SAID-Lösung SP04. In allen anderen Partialwellen sind beide Kurven identisch (bis $J = 4$ identisch mit der SAID-Lösung), wie auch beim Imaginärteil der $^3\mathrm{P}_2$-Phase auf der rechten Seite. b) Daraus berechnet: Analysierstärke A_N, σ und $\Delta\sigma_T$

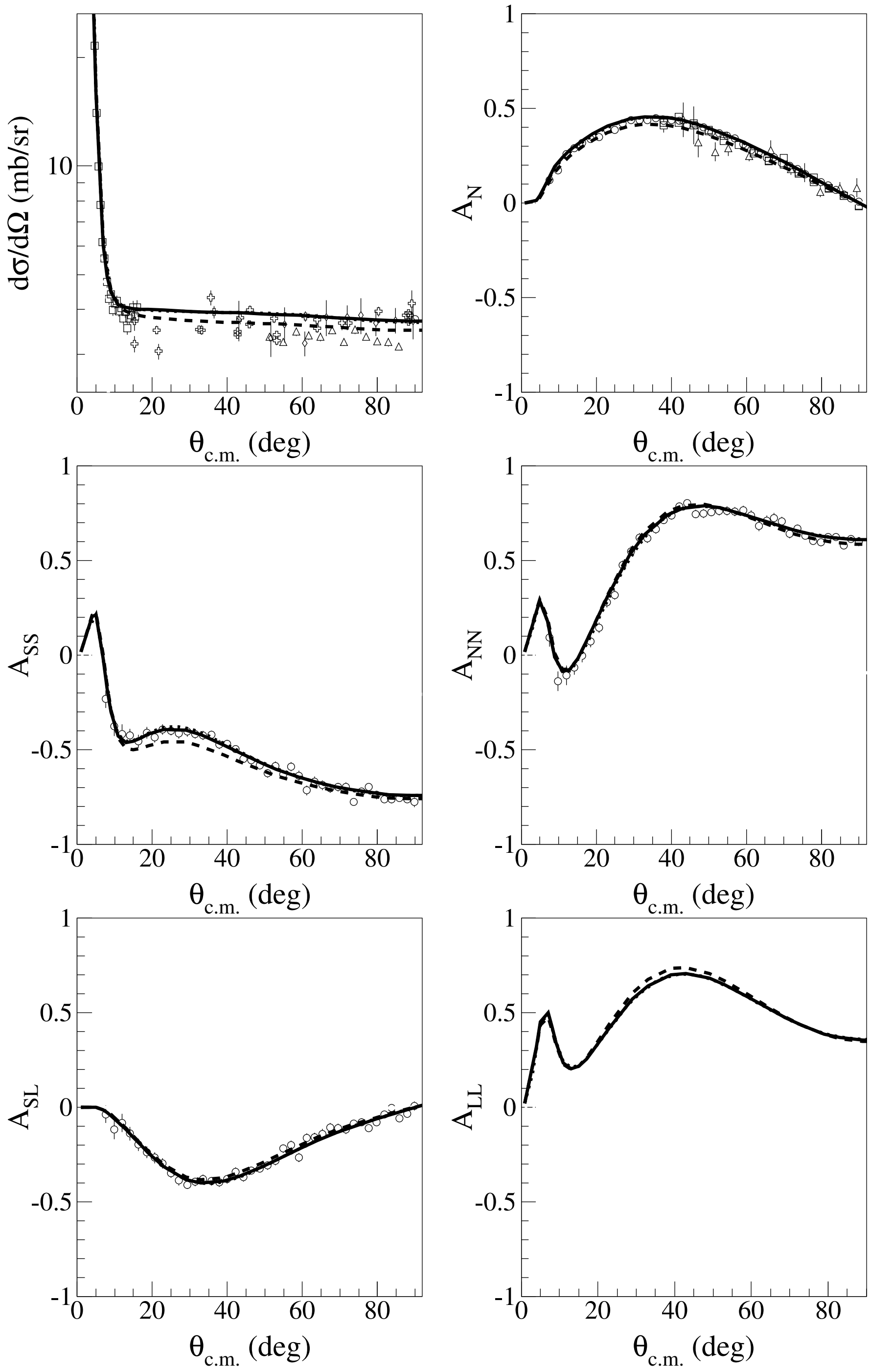


Abbildung 5.19: Zur Bedeutung der Partialwelle $^3\mathrm{P}_2$: Winkelverteilungen bei 350 MeV, berechnet mit den Phasen der SAID-Analyse SP04 bis J=4 (durchgezogene Linie). Der einzige Unterschied zwischen der gestrichelten und der durchgezogenen Linie ist der Realteil von 3_2^{P} Die gestrichelte Kurve zeigt die Ergebnisse mit der berechneten $^3\mathrm{P}_2$-Phase.

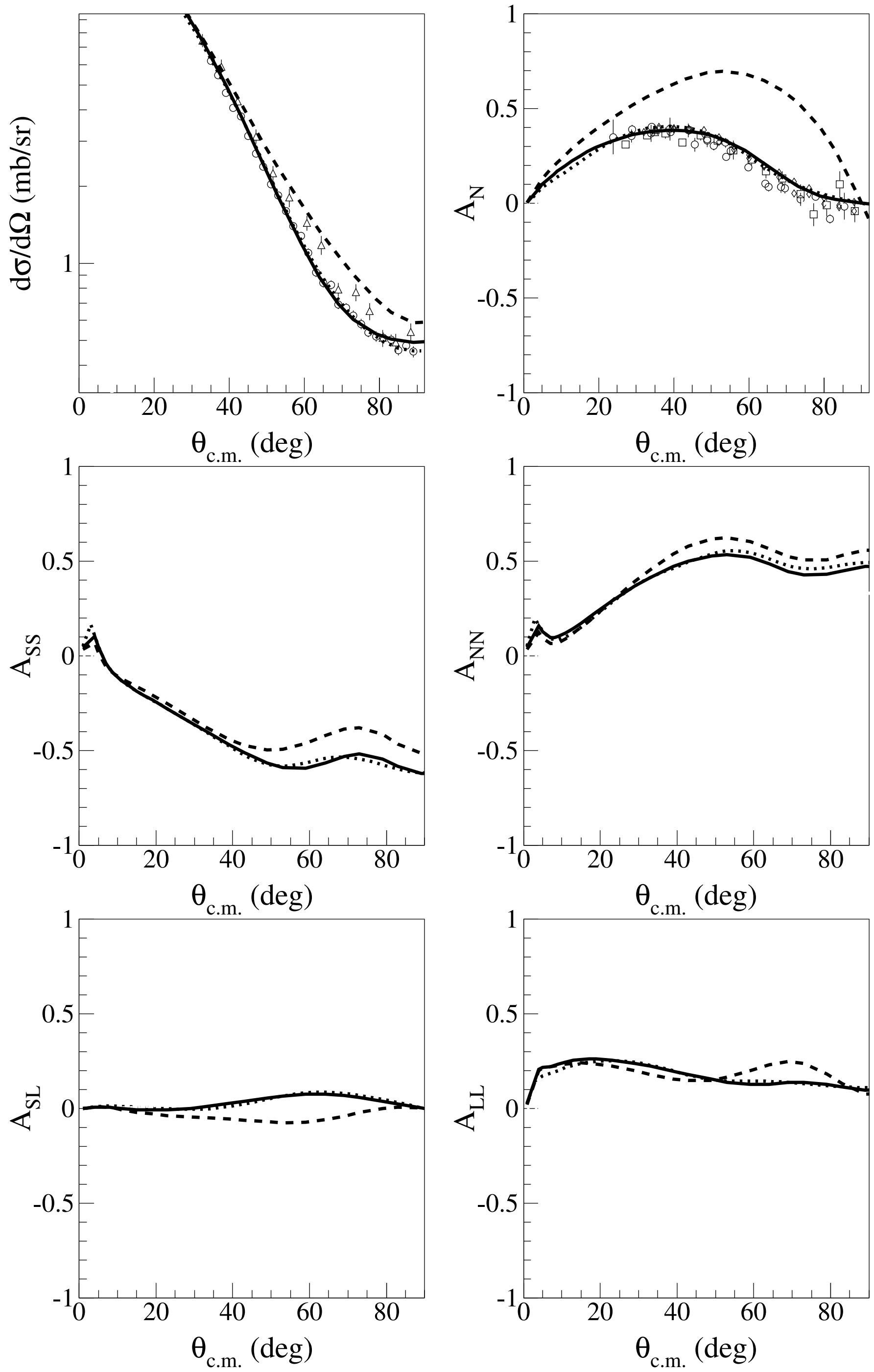
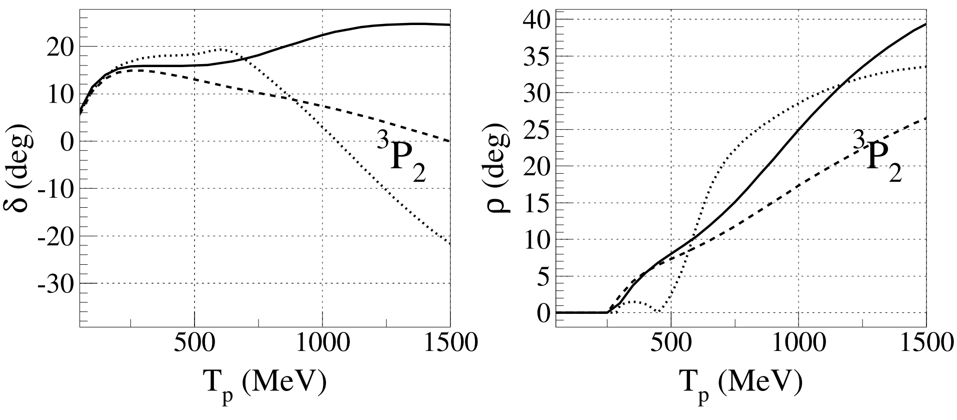
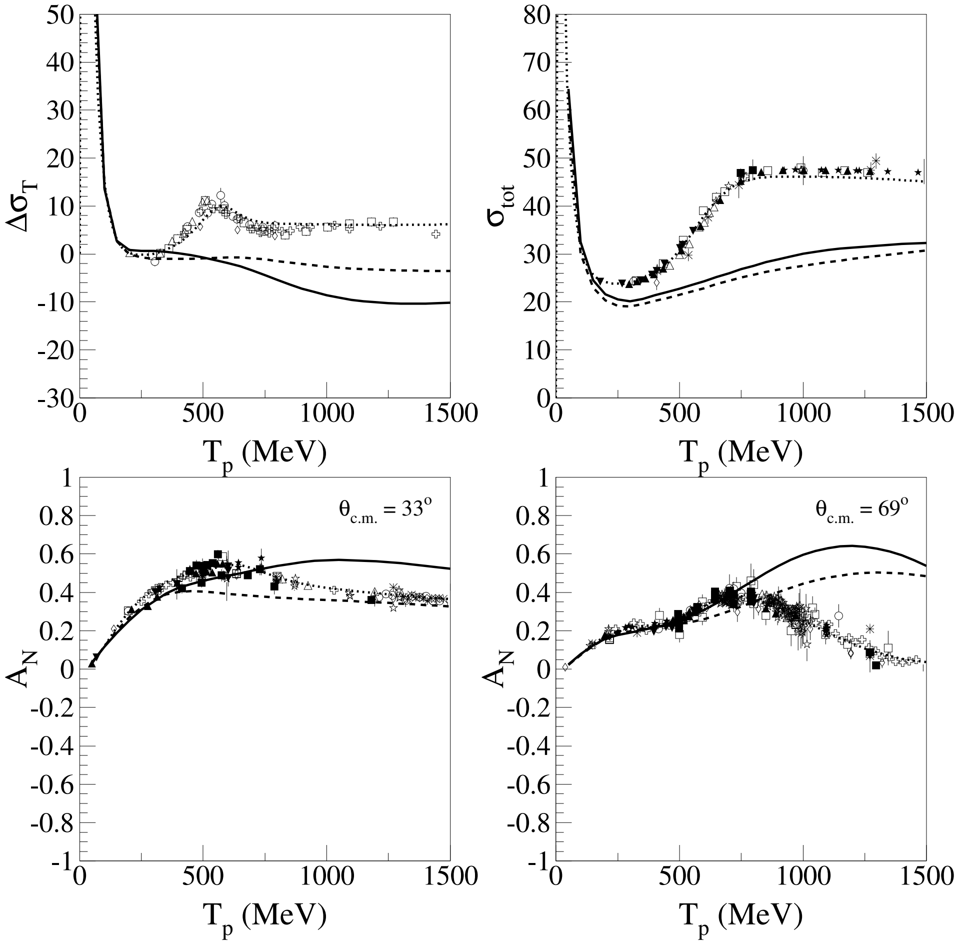


Abbildung 5.20: Zur Bedeutung der Partialwelle $^3P_2$: Winkelverteilungen bei 1200 MeV, berechnet mit den Phasen der SAID-Analyse SP04 bis J=4 (durchgezogene Linie). Der einzige Unterschied zwischen der gestrichelten und der durchgezogenen Linie ist der Realteil von $^3P_2$. Die gepunktete Linie zeigt die SAID-Analyse SP04.

(Abb. 5.17(b)) weichen nur wenig von den Vorhersagen in Abb. 5.18(b) ab, bei denen die Abweichung von der SAID-Kurve aber nur durch die $^3\mathrm{P}_2$-Phase beeinflußt wird. Die Auswirkungen auf die anderen meßbaren Größen sind, in Anbetracht des absoluten wie relativen Unterschieds in der Partialwelle, weitaus geringer. Der totale Wirkungsquerschnitt zeigt praktisch keine Unterschiede.
Auch im niederenergetischen Bereich ist die $^3\mathrm{P}_2$ von Bedeutung. Wird dieser zugunsten höherer Energien vernachlässigt, können andere elementare Messgrößen nicht wiedergegeben werden. Abb. 5.21(a) zeigt das Ergebnis eines Fits bei dem versucht wurde, die $^3\mathrm{P}_2$-Phase bei höheren Energien besser zu beschreiben. Zwischen 200 und 500 MeV wird die $^3\mathrm{P}_2$ Phase nun schlechter vorhergesagt, dafür stimmt die Tendenz bei höheren Energien (obwohl die Übereinstimmung immer noch äußerst schlecht ist). Der differentielle Wirkungsquerschnitt und die Spinkorrelationsparameter (Abb. 5.21(b) bis 5.23) werden nun im unteren Energiebereich schlechter wiedergegeben.
Dies zeigt deutlich, dass ohne eine ordentliche Beschreibung der $^3\mathrm{P}_2$-Partialwelle oberhalb von 800 MeV eine korrekte Vorhersage der Analysierstärke nicht zu erhalten ist. Im Rahmen des Mesonaustauschmodells ist das bisher aber nicht möglich. Selbst wenn das Verhalten bei niedrigen Energien vernachlässigt wird, ist die Übereinstimmung zwar besser, aber immer noch nicht so gut wie bei anderen Partialwellen. Bei Fits sollte die $^3P_2$-Phase oberhalb von 800 MeV vernachlässigt werden, um keine Anpassung an unmögliche Vorgaben zu verlangen und Ergebnisse wie in Abb.5.21(a) zu vermeiden. Die P-Wellen werden stark von der Spin-Bahn-Wechselwirkung bestimmt. Anscheinend tritt bei höheren Energien eine Spin-Bahn-Wechselwirkung auf, die im vorliegenden Modell nicht enthalten ist. Hier sind neue theoretische Konzepte zur Erklärung der fehlenden Physik notwendig.



(a)



(b)

Abbildung 5.21: Zur Bedeutung der Partialwelle $^3P_2$: a) Modellvorhersagen für die $^3P_2$ Streuphasen. b) Analysierstärke A_N, σ und $\Delta\sigma_T$. Die durchgezogenen Kurve zeigt die Vorhersage des Modells mit Parametersatz Tab. 5.4, die gestrichelte einen "Kompromiss", um den höherenergetischen Teil des Realteils der $^3P_2$-Phase besser wiederzugeben. Die gepunktete Kurve zeigt die Ergebnisse der SAID-Analyse SP04.

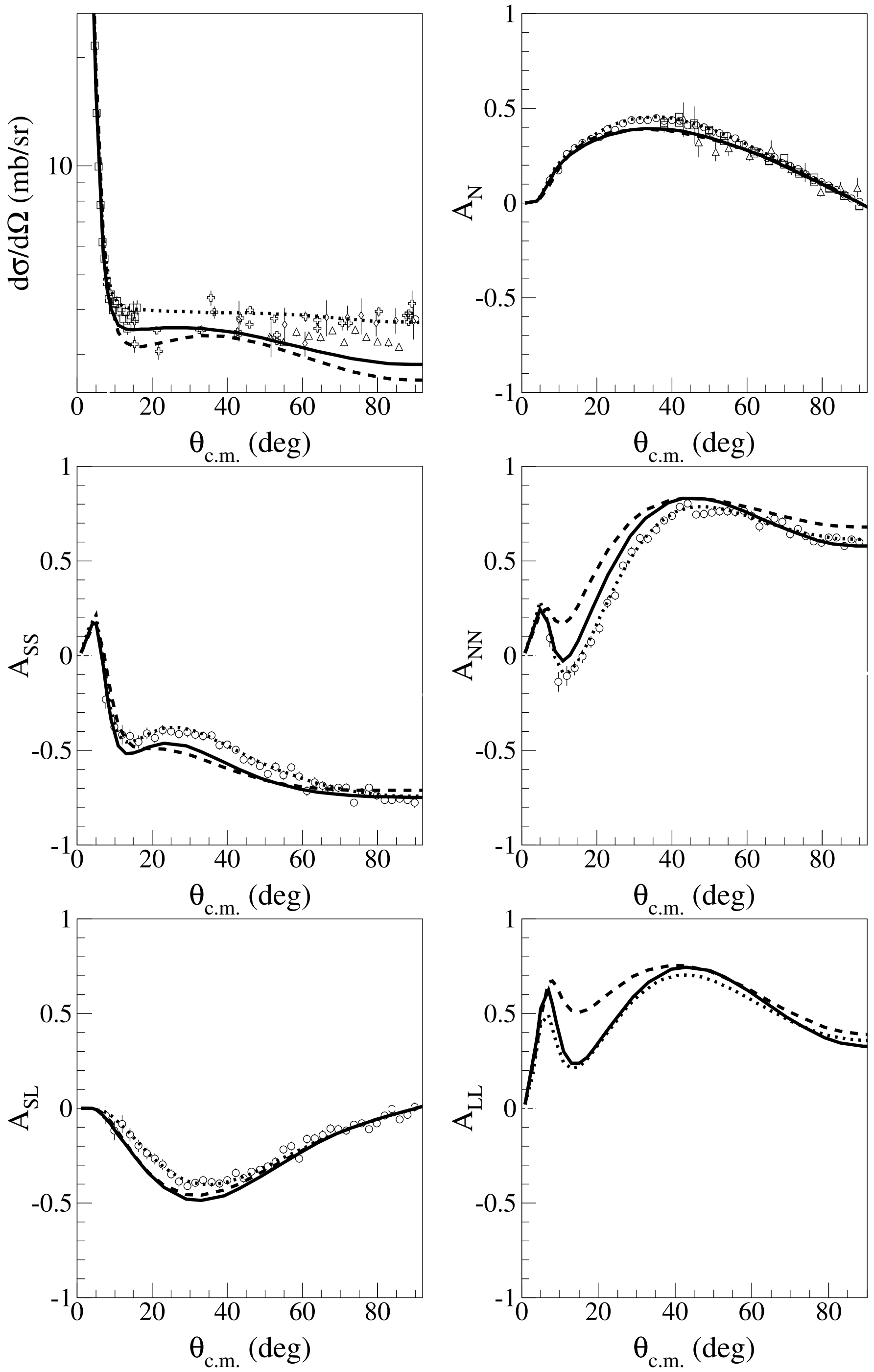


Abbildung 5.22: Zur Bedeutung der Partialwelle $^3\mathrm{P}_2$: Winkelverteilungen bei 350 MeV. Die durchgezogenen Kurve zeigt die Vorhersage des Modells mit Parametersatz Tab. 5.4, die gestrichelte einen "Kompromiss", um den höherenergetischen Teil des Realteils der $^3\mathrm{P}_2$-Phase besser wiederzugeben. Die gepunktete Kurve zeigt die Ergebnisse mit der SAID-Analyse SP04.

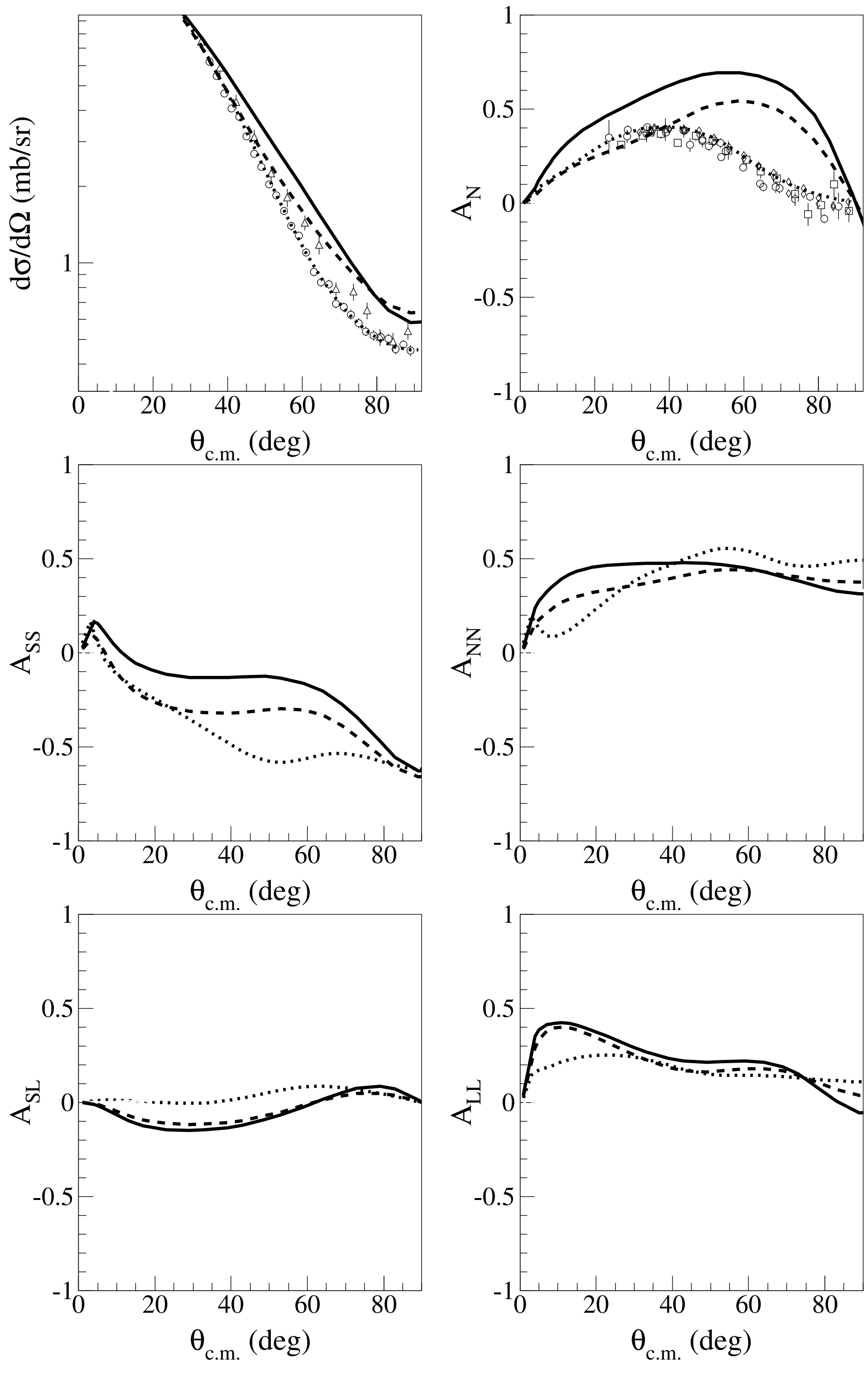


Abbildung 5.23: Zur Bedeutung der Partialwelle $^3P_2$: Winkelverteilungen bei 1200 MeV. Die durchgezogenen Kurve zeigt die Vorhersage des Modells mit Parametersatz Tab. 5.4, die gestrichelte einen "Kompromiss", um den höherenergetischen Teil des Realteils der $^3P_2$-Phase besser wiederzugeben. Die gepunktete Kurve zeigt die Ergebnisse mit der SAID-Analyse SP04.

5.6 Zusammenfassung und Ausblick

Durch die Berücksichtigung aller Mesonen bis zu einer Masse von 1 GeV wurde das Bonn-Potential bis 1 GeV konsistent aufgebaut. Mit Hilfe der neuen Parameter wird die Beschreibung der Streuphasen und Observablen leicht verbessert. Besonders die ^{1}P$_1$-Phase wird nun besser beschrieben.
Außerdem ist mit der Berücksichtigung der $N(1440)$-Resonanz der erste Schritt zur Erweiterung auf höhere Energien getan. Mit den neuen Parametern können besonders die np-Streuphasen besser beschrieben werden, da nun ab der Pion-Produktionsschwelle von 286 MeV Inelastizitäten entstehen. Die Beschreibung der Observablen verändert sich sowohl für pp- wie auch für np-Streuung nur leicht. Die totalen Wirkungsquerschnitte werden um ca. 1 mb größer. Damit können zwar die Diskrepanzen zwischen Modellvorhersagen und experimentellen Daten nicht ausgeglichen werden, doch ist nun die Grundlage geschaffen, um weitere baryonische Resonanzen im Modell zu berücksichtigen. Die Parität des $N(1535)$-Isobars ist im Gegensatz zum Nukleon negativ. Daher ist die Berücksichtigung dieser Resonanz von besonders großem Interesse. Diese Arbeiten stehen noch aus, zum Beginn des Jahres 2005 werden vermutlich erste Resultate vorliegen.
Bei einer geringeren Kopplungskonstante $f^2_{N\Delta\pi}$ bzw. einem kleineren Cut-Off-Parameter Λ der Δ-Resonanz wird eine bessere Anpassung an die Realteile der Phasen erreicht. Bei einem $N\Delta\pi$-Cut-Off-Parameter von $\Lambda \approx 800$ MeV werden sowohl die experimentellen als auch die Streuphasen durch den Quark-Modell-Wert von $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.224$ etwas besser beschrieben als durch den Chew-Low-Modell-Wert $f^2_{N\Delta\pi}/4\pi = 0.35$. Läßt man allerdings einen sehr kleinen Cut-Off-Parameter von $\Lambda \approx 600$ MeV zu, liefern beide Kopplungskonstanten gleich gute Beschreibungen, wobei für den totale inelastische Wirkungsquerschnitt $\sigma_{tot,inel.}$ sehr kleine Werte vorhergesagt werden.
Es konnte gezeigt werden, dass die großen Abweichungen oberhalb von ca. 800 MeV der Modellvorhersagen für die Analysierstärke A_N von den experimentellen Daten auf die ^{3}P$_2$-Streuphase zurückzuführen ist. So lange die theoretischen Berechnungen oberhalb von ca. 800 MeV weiterhin einen völlig anderen Verlauf der ^{3}P$_2$-Streuphase vorhersagen, kann eine sinnvolle Beschreibung der Analysierstärke nicht erreicht werden.
Es sind also noch viele offene Fragen bezüglich der NN-Streuung im Mesonaustausch-Bild oberhalb von 1 GeV zu beantworten.

Anhang A

Umrechnung von Arndt- in Stapp-Parametrisierung

Die Streumatrix kann oberhalb der Pion-Produktionsschwelle auf verschiedene Arten parametrisiert werden. In dieser Arbeit wird sowohl von der Notation nach Arndt als auch von der nach Stapp Gebrauch gemacht, was auch die Umrechnung zwischen beiden erfordert. Ich werde hier die Umrechnung von der Arndt- in die Stapp-Parametrisierung darstellen und orientiere mich dabei an [?, ?]. Dort sind auch die Formeln für die Definition der Arndt-Parameter beschrieben, die für die umgekehrte Umrechnung nötig sind.
Die Stapp-Parametrisierung ist ursprünglich nur für elastische Streuung gedacht [?]. Oberhalb der Pion-Produktionsschwelle werden die Einträge der S-Matrix nun einfach als komplexe Größen aufgefaßt [?]:

$$S_J = \begin{pmatrix} \eta_J^S\, e^{2i\delta_J^S} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_{JJ}^S\, e^{2i\delta_{JJ}^S} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \multicolumn{2}{c}{\multirow{2}{*}{$S_{j\pm}$}} \\ 0 & 0 & & \end{pmatrix} \tag{A.1}$$

mit

$$S_{j\pm} = \begin{pmatrix} \eta_{j-}^S\, e^{i\delta_{j-}^S} & 0 \\ 0 & \eta_{j+}^S\, e^{i\delta_{j+}^S} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(2\epsilon^S) & i\sin(2\epsilon^S) \\ i\sin(2\epsilon^S) & \cos(2\epsilon^S) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_{j-}^S\, e^{i\delta_{j-}^S} & 0 \\ 0 & \eta_{j+}^S\, e^{i\delta_{j+}^S} \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

Die Imaginärteile der Streuphasen ergeben einen reellen Faktor vor der Exponentialfunktion, der mit η^S bezeichnet wird, und der Mischungsparameter ϵ^S ist nun eine komplexe Größe mit Real- und Imaginärteil.

Die Parameter der Arndt-Parametrisierung sind nicht über die S-Matrix, sondern über die Caley-Transformierte K definiert.

$$S = \frac{\mathbb{1} + iK}{\mathbb{1} - iK} \qquad K = i\,\frac{\mathbb{1} - S}{\mathbb{1} + S} \tag{A.3}$$

Dabei sind S und K 4×4-Matrizen.
Die Realteile der Phasen werden hier ebenfalls mit δ^A und ϵ^A bezeichnet. Die Imaginärteile der Phasen werden durch ρ^A beschrieben, der Imaginärteil des Mischungsparameters durch Φ^A [1]. Bei elastischer Streuung sind beide Notationen identisch (dann gilt $\eta^S = 1$ und $\rho^A = 0$).
Will man von der Arndt- in die Stapp-Notation umrechnen, muss man erst mit Hilfe der Arndt-Streuphasen die K-Matrix aufstellen, diese dann in die S-Matrix umrechnen, und daraus schließlich die Streuphasen nach Stapp berechnen.

Ungekoppelte Partialwellen

Die 2×2-K-Matrix der Spin-Singulett und der ungekoppelten Spin-Triplett Zustände ist diagonalisiert, d.h. die entsprechenden Terme K_j und K_{jj} sind einfach komplexe Zahlen. Sie folgen aus den Arndt-Parametern nach:

$$Re(K) = \tan(\delta^A) \qquad Im(K) = \tan^2(\rho^A) \tag{A.4}$$

Die Einträge der S-Matrix können durch einfache Division berechnet werden: $S_J = (1 + iK_J)/(1 - iK_J)$ (und analog für S_{JJ}). Die Partialwellen in Stapp-Parametrisierung folgen dann aus Gl.A.1:

$$\begin{aligned} \delta_S &= \frac{1}{2} \arctan[Re(K)/(1 - Im(K))] + \arctan[Re(K)/(1 + Im(K))] \\ \eta_S^2 &= \frac{1 + K^2 - 2\, Im(K)}{1 + K^2 + 2\, Im(K)} \end{aligned} \tag{A.5}$$

Gekoppelte Partialwellen

In diesem Fall lautet die entsprechende 2×2 Matrix $K_{j\pm}$, die wie $S_{j\pm}$ nicht diagonalisiert ist:

$$K_{j\pm} = \begin{pmatrix} K_- & K_0 \\ K_0 & K_+ \end{pmatrix} \tag{A.6}$$

Die Realteile folgen aus den Arndt-Parametern nach:

$$\begin{aligned} Re(K_\pm) &= \frac{\sin(\delta_+^A + \delta_-^A) \pm \cos(2\epsilon)\sin(\delta_+^A - \delta_-^A)}{\cos(\delta_+^A + \delta_-^A) + \cos(2\epsilon^A)\cos(\delta_+^A - \delta_-^A)} \\ Re(K_0) &= \frac{\sin(2\epsilon^A)}{\cos(\delta_+^A + \delta_-^A) + \cos(2\epsilon^A)\cos(\delta_+^A - \delta_-^A)} \end{aligned} \tag{A.7}$$

[1] Zur Unterscheidung verwende ich hier die Indizes A und S für Arndt- und Stapp-Parameter.

und die Imaginärteile nach:

$$\begin{aligned} Im(K_\pm) &= \tan^2 \rho^A_\pm \\ Im(K_0) &= \tan \rho^A_- \tan \rho^A_+ \cos \Phi^A \end{aligned} \tag{A.8}$$

Zur Berechnung der S-Matrix müssen nun die Regeln der Matrixmultiplikation beachtet werden. Es ergibt sich:

$$\begin{aligned} S_\pm &= \frac{1 + d_k \pm i(K_+ - K_-)}{D_k} \\ S_0 &= \frac{2i\,K_0}{D_k} \end{aligned} \tag{A.9}$$

Mit den Determinanten:

$$\begin{aligned} d_k &= K_+ K_- - K_0^2 \\ D_k &= 1 - d_k - i(K_+ + K_-) \end{aligned}$$

Nun folgen aus Gl. A.2 die Streuphasen in Stapp-Parametrisierung:

$$\begin{aligned} \epsilon^S &= \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{-2i\,S_0}{2\sqrt{S_+ S_-}}\right) \\ \delta^S_\pm &= \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{Im(S_\pm/\cos 2\epsilon^S)}{Re(S_\pm/\cos 2\epsilon^S)}\right) \\ \eta_\pm &= |S_\pm/\cos 2\epsilon^S| \end{aligned} \tag{A.10}$$

Hierbei ist zu beachten, dass ϵ^S ein komplexer Parameter ist[2], während in Gl. A.7 und Gl. A.8 ϵ^A eine reelle Größe ist und Φ^A den entsprechenden Imaginärteil beschreibt. Die Größen δ^S und η^S hingegen ebenso wie δ^A und ρ^A reell.

[2] Der arctan einer komplexen Zahl ist auch eine komplexe Zahl und folgt aus dem natürlichen Logarithmus in der komplexen Ebene ($Ln(z) = ln|z| + i\,arg(z)$): $arctanz = \frac{1}{2i}\,Ln\frac{1+iz}{1-iz}$.

Literaturverzeichnis

[Arn] R Arndt, *Persönliche Mitteilung.*

[Arn83] R. A. Arndt et al., Phys. Rev. **D28**, 97 (1983).

[Bau03] F. Bauer et al., Phys. Rev. Lett. **90**, 142301 (2003).

[Bev69] P.F. Bevington, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Scientist*, McGraw-Hill, Inc, 1969.

[BH70] H. H. Barshall and W. Haeberli (eds.), *Proc. 3rd Int. Symp. on Polarization Phenomena in Nuclear Reactions*, Madison: University of Wisconsin, 1970.

[BLL98] J. Bystricky, F. Lehar, and C. Lechanoine-LeLuc, Eur. Phys. J. **C4**, 607 (1998).

[BLW78] J. Bystricky, F. Lehar, and P. Winternitz, J. Phys. (Paris) **39**, 1 (1978).

[BM] Bransden and Moorhouse, *The pion nucleon system*, Princeton university press.

[BS69] R. Bryan and B. L. Scott, Phys. Rev. **177**, 1435 (1969).

[BSL80] C. Bourrely, J. Soffer, and E. Leader, Phys. Rept. **59**, 95 (1980).

[BW75] G. E. Brown and W. Weise, Phys. Rept. **22**, 279 (1975).

[Con93] H. E. Conzett, LBL-34403.

[DJV80] J. W. Durso, A. D. Jackson, and B. J. Verwest, Nucl. Phys. **A345**, 471 (1980).

[DTRS75] R. De Tourreil, B. Rouben, and D. W. L. Sprung, Nucl. Phys. **A242**, 445 (1975).

[EGM00] E. Epelbaum, W. Glockle, and Ulf-G. Meissner, Nucl. Phys. **A671**, 295 (2000).

[Els] C. Elster, *Persönliche Mitteilung.*

[Els86] C. Elster, *Extension of the Bonn Meson Exchange NN Potential above the Pion Production Threshold*, Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität, Bonn, 1986.

[Els88a] C. Elster, W. Ferchländer, K. Holinde, D. Schütte, and R. Machleidt, Phys. Rev. **C37**, 1647 (1988).

[Els88b] C. Elster, K. Holinde, D. Schütte, and R. Machleidt, Phys. Rev. **C38**, 1828 (1988).

[EMS03] K. O. Eyser, R. Machleidt, and W. Scobel, nucl-th/0311002.

[FT86] E. van Faassen and J. A. Tjon, Phys. Rev. **C33**, 2105 (1986).

[GL82] J. Gasser and H. Leutwyler, Phys. Rept. **87**, 77 (1982).

[Glö83] W. Glöckle, *The Quantum Mechanical Few-Body Problem*, Springer Verlag, 1983.

[Gro04] Particle Data Group, Phys. Lett. **B592**, 1 (2004).

[GS65] A.E.S. Green and R.D. Sharma, Phys. Rev. Lett. **14**, 380 (1965).

[GW75] M. L. Goldberger and K. M. Watson, *Collision Theory*, R. E. Krieger, Huntington, New York, 1975.

[HA94] S. Huber and J. Aichelin, Nucl. Phys. **A573**, 587 (1994).

[HLM61] N. Hoshizaki, I. Lin, and S. Machida, Prog. Theor. Phys. **26**, 680 (1961).

[Hol90] K. Holinde, *Nuclear forces*, Proceedings, Nuclear and particle physics, Canberra, 1990.

[HT90] K. Holinde and Anthony W. Thomas, Phys. Rev. **C42**, 1195 (1990).

[Jam] F. James, *MINUIT Reference Manual*.

[J.L57] R.M.Thaler J.L.Gammel, R.S.Christian, Phys. Rev. **105**, 311 (1957).

[JW59] M. Jacob and G. C. Wick, Annals Phys. **7**, 404 (1959).

[Kre00] O. Krehl, C. Hanhart, S. Krewald, and J. Speth, Phys. Rev. **C62**, 025207 (2000).

[Kro81] P. Kroll, *Phenomenological Analyses of Nucleon-Nucleon Scattering*, Physics Data (H. Behrens and G. Ebel, eds.), vol. 22-1, Fachinformationszentrum Karlsruhe, Universität-Gesamthochschule Wuppertal, 1981.

[Lac80] M. Lacombe et al., Phys. Rev. **C21**, 861 (1980).

[LLL93] C. Lechanoine-LeLuc and F. Lehar, Rev. Mod. Phys. **65**, 47 (1993).

[Mac89] R. Machleidt, *The Meson Theory of Nuclear Forces and Nuclear Structure*, Adv. Nucl. Phys. (J. W. Negele and E. Vogt, eds.), vol. 19, Plenum Press, New York, 1989, pp. 189–376.

[MAW68] M. H. Macgregor, R. A. Arndt, and R. M. Wright, Phys. Rev. **173**, 1272 (1968).

[MAW69] Malcolm H. MacGregor, Richard A. Arndt, and Robert M. Wright, Phys. Rev. **182**, 1714 (1969).

[MHE87] R. Machleidt, K. Holinde, and C. Elster, Phys. Rept. **149**, 1 (1987).

[MSS96] R. Machleidt, F. Sammarruca, and Y. Song, Phys. Rev. **C53**, 1483 (1996), CD-Bonn.

[NRS78] M. M. Nagels, T. A. Rijken, and J. J. de Swart, Phys. Rev. **D17**, 768 (1978).

[Pil67] H. Pilkuhn, *The Interactions Of Hadrons*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1967.

[Pil79] H. Pilkuhn, *Relativistic Particle Physics*, Springer Verlag, New York, 1979.

[RB01] D. O. Riska and G. E. Brown, Nucl. Phys. **A679**, 577 (2001).

[Rei68] R. V. Jr. Reid, Ann. Phys. **50**, 411 (1968).

[Roh00] H. Rohdjeß, *Anregungsfunktionen der elastischen Proton-Proton-Streuung im Energiebereich 0.5 - 2.5 GeV*, Habilitationsschrift, ISKP, Univ. Bonn, 2000.

[Roh03] H. Rohdjeß, *Persönliche Mitteilung*, 2003.

[RS41] W. Rarita and Julian S. Schwinger, Phys. Rev. **60**, 61 (1941).

[RTS03] M. C. M. Rentmeester, R. G. E. Timmermans, and J. J. de Swart, Phys. Rev. **C67**, 044001 (2003).

[SAI] SAID, R. A. Arndt et al. , **S***cattering* **A***nalysis* **I***nteractive* **D***ialin*,
telnet/ssh: said.phys.vt.edu oder said-hh.desy.de, Username “said”
WWW: http://said.phys.vt.edu oder http://said-hh.desy.de.

[SB51] E. E. Salpeter and H. A. Bethe, Phys. Rev. **84**, 1232 (1951).

[Sch98] F. Schwabl, *Quantenmechanik: QMI*, Springer Verlag, 1998.

[SRT97] J. J. de Swart, M. C. M. Rentmeester, and R. G. E. Timmermans, PiN Newslett. **13**, 96 (1997).

[Sto94] V. G. J. Stoks, R. A. M. Klomp, C. P. F. Terheggen, and J. J. de Swart, Phys. Rev. **C49**, 2950 (1994).

[SW63] A. Scotti and D.Y. Wong, Phys. Rev. Lett. **10**, 142 (1963).

[SYM57] H. P. Stapp, T. J. Ypsilantis, and N. Metropolis, Phys. Rev. **105**, 302 (1957).

[Tho70] R. H. Thompson, Phys. Rev. **D1**, 110 (1970).

[Vig04] S. Vigdor, *Private Communication*, 2004.

Danksagung

Mein herzlicher Dank gilt Herrn Prof. Dr. Hinterberger für die gute Betreuung in Bonn und die Möglichkeit, die Arbeit in dieser Form durchführen zu können.
Frau Prof. Dr. Elster danke ich für die Betreuung auf theoretischer Seite in und aus Ohio und besonders für die herzliche Aufnahme und Unterstützung während meines Aufenthalts in Ohio.
Herrn Dr. Heiko Rohdjeß danke ich dafür, dass er immer bereit war, meine Fragen zu beantworten, auch als er nicht mehr im Institut war, und dafür, dass er mich in die Geheimnisse von Linux, C++, Fortran, Paw++ und alles andere, was ich benutzt habe, eingeweiht hat. Ohne seine Hilfe hätte ich die Programme gar nicht starten, geschweige denn bearbeiten können.
Ich danke Herrn Prof. Dr. Bisplinghoff für die Übernahme des Koreferats und die "Einführung in Amerika" vor der Abreise nach Ohio.
Dem Helmholtzinstitut für Strahlen- und Kernphysik danke ich für die finanzielle Unterstützung während meines Aufenthalts in Ohio.
Kay Ulbrich danke ich für die computertechnische Hilfe nach der Rückkehr aus Ohio.
Allen Anrainern des Ganges danke ich für die bereitwillige Beantwortung aller möglich Fragen, besonders Frank Maßmann, mit dem ich am Anfang das Zimmer teilte.

Außerdem möchte ich den Mitgliedern des INPP an der Ohio University danken. Insbesondere danke ich ...
... der Theory Group für die wöchentlichen Meetings mit den internationalen Cookies und der netten Atmosphäre.
... den Teilnehmern am Nuclear Lunch für den Einblick in andere Seiten der Kernphysik.
... Don Carter dafür, dass er meine Probleme mit dem Computer so weit wie möglich gelöst hat (und ich doch noch mit FVWM arbeiten konnte).
... Dr. Glen Maclachlan für seine Ratschläge, besonders die Nicht-Physikalischen.
... Moses Babatunde Oginni, der mir Einblick in andere Welten verschafft hat.

Außerdem danke ich meinen Eltern dafür, dass sie mir das Studium ermöglicht und mich immer unterstützt haben. Und ich danke ihnen und meinen Geschwistern dafür, dass sie (meist) bereitwillig meinen physikalischen Ausführungen zugehört haben.

Sebastian danke ich dafür, dass er immer für mich da und bei mir war, auch als ich nicht da war.