Anhang C : Rauschanalyse des PIN-Dioden-Detektorsystems

Sehr ausführliche Rauschdiskussionen für ladungsempfindliche Vorverstärker sowie den nachgeschalteten Hauptverstärker befinden sich z.B. in [SCH89] und [BAA68]. Diese Diskussion kann aber nur bedingt übernommen werden, da der Eingangsteil (also Diode und Spannungsversorgung) zu stark idealisiert wird.
Deshalb soll hier versucht werden, die Ergebnisse aus [BAA68] unter Mitnahme aller Rauschanteile gemäß Abb. 3.2 (und der dort verwendeten Abkürzungen) zu komplettieren.
Nach Kap. 3.1 kann für eine monoenergetische Linie eine elektronische Linienbreite angegeben werden als

$$\sigma = E_i \frac{ENC}{e_0} \tag{C.1}$$

Die Angabe in ENC (Equivalent Noise Charge) besitzt dabei den Vorteil, daß sie unabhängig vom Detektormaterial ist.
Baader gibt als Rauschmaß für einen ladungsempfindlichen Verstärker an:

$$ENC = \frac{eC_r}{V_0}\sqrt{\overline{U_N{}^2}} \tag{C.2}$$

V_0 : Verstärkung des Hauptverstärkers
e : Eulersche Zahl

Zur Bestimmung der Rauschspannung U_N benötigt man die Übertragungsfunktion von Vor- und Hauptverstärker. Diese wird in [BAA68] hergeleitet als

$$\frac{d\overline{U_a^2}}{df} = \left[V_0 \frac{2\pi f\tau}{1+(2\pi f\tau)^2}\right]^2 \left[\left(1+\frac{C_{ein}}{C_r}\right)^2 \frac{d\overline{U_e^2}}{df} + \frac{1}{(2\pi f C_r)^2}\frac{d\overline{I_e^2}}{df}\right] \tag{C.3}$$

mit $\frac{d\overline{U_a^2}}{df}$: mittleres Rauschspannungsquadrat am Hauptverstärkerausgang

$\frac{d\overline{U_e^2}}{df}$: mittleres Rauschspannungsquadrat am Vorverstärkereingang

$\frac{d\overline{I_e^2}}{df}$: mittleres Rauschstromquadrat am Vorverstärkereingang

Unter Berücksichtigung des Schrotrauschens der Diode gemäß (3.2.2) erhält Baader

$$ENC^2 = \frac{0.3e^2kT}{S_0\tau}\left((C_{ein}+C_r)^2 + 0.3C_a{}^2\right) + \frac{e^2F_f}{2}(C_{ein}+C_r)^2 + \frac{\tau e^2 e_0}{4}(I_0+I_F) + \frac{\tau e^2 kT}{2R_r} \tag{C.4}$$

S_0 : Steilheit des Eingangsfeldeffekttransistors

C_{ein} : Summe der (Parallel-) Kapazitäten am Vorverstärkereingang
$C_{ein}=C_d+C_c+C_a$
F_f : Funkelrauschkonstante des Eingangsfeldeffekttransistors
I_F : Gatestrom des Eingangsfeldeffekttransistors

Nach (C.3) ermittelt sich das Rauschspannungsquadrat zu

$$\overline{U_N^2} = \int_0^\infty \frac{d\overline{U_a^2}}{df} df \qquad (C.5)$$

Da die Rauschbeiträge nicht korreliert sind, können die fehlenden Terme zu (C.4) zunächst separat berechnet und nachträglich addiert werden. Dazu werden die entsprechenden Rauschgrößen in (C.3) und (C.5) eingesetzt. Dabei muß lediglich beachtet werden, daß die Rauschanteile geeignet in Stromrauschen (sogenanntes paralleles Rauschen) und Spannungsrauschen (serielles Rauschen) aufgeteilt werden. Unter Verwendung dieser Randbedingungen ergibt sich mit Gl. (3.2.1) - (3.2.3) die Ergänzung zu

$$\overline{U_N^2} = \int_0^\infty \left[V_0 \frac{2\pi f\tau}{1+(2\pi f\tau)^2} \right]^2 \cdot \left[\left(1+\frac{C_{ein}}{C_r} \right)^2 4kT\left(R_s+R_{as}\right) + \frac{4kT}{\left(2\pi f C_r\right)^2} \left(\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_d}+\frac{1}{R_{ap}} \right) \right] df$$

$$+ \int_0^f \left[V_0 \frac{2\pi f\tau}{1+(2\pi f\tau)^2} \right]^2 \cdot \frac{1}{\left(2\pi f C_r\right)^2} \cdot \frac{A_f}{f_0} df + \int_{f_0}^\infty \left[V_0 \frac{2\pi f\tau}{1+(2\pi f\tau)^2} \right]^2 \cdot \frac{1}{\left(2\pi f C_r\right)^2} \cdot \frac{A_f}{f} df$$

$$= V_0^2 \left[\left(1+\frac{C_{ein}}{C_r} \right)^2 \cdot \frac{kT}{2\tau} \cdot \left(R_s+R_{as}\right) + \frac{kT\tau}{2C_r^2} \left(\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_d}+\frac{1}{R_{ap}} \right) + \frac{\tau A_f}{C_r^2} \left(K_1+\tau K_2\right) \right] \qquad (C.5)$$

mit $$K_1 = \frac{1}{4\pi f_0} \left[\frac{2\pi\tau f_0}{1+\left(2\pi\tau f_0\right)^2} + \arctan\left(2\pi\tau f_0\right) \right]$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \left[\ln\left(\frac{1+\left(2\pi\tau f_0\right)^2}{\left(2\pi\tau f_0\right)^2} \right) - \frac{1}{1+\left(2\pi\tau f_0\right)^2} \right]$$

Die so erhaltenen Zusatzterme werden unter Verwendung von (C.2) mit (C.4) zusammengefaßt. Da das Rauschen nach Gl. (4.2.3) gaußverteilt ist, kann nun die gesamte elektronische Energieauflösung mit der Halbwertsbreite ΔE charakterisiert werden :

$$\Delta E = \sqrt{8\ln 2}\cdot\frac{eE_i}{e_0}\left\{\frac{0.3kT}{S_0\tau}\left[\left(C_{ein}+C_r\right)^2+0.3C_a^2\right]+\left[\frac{F_f}{2}+\frac{kT}{2\tau}\left(R_s+R_{as}\right)\right]\left(C_{ein}+C_r\right)^2\right.$$

$$\left.+\frac{e_0\tau}{4}\left(I_0+I_F\right)+\frac{kT\tau}{2}\left[\frac{1}{R_r}+\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_d}+\frac{1}{R_{ap}}\right]+\tau A_f\left(K_1+\tau K_2\right)\right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (C.6)$$

Für die in Kapitel 3.2 gemachten Aussagen kann (C.6) in einen kapazitiven Rauschanstieg und einen kapazitätsunabhängigen Teil zerlegt werden. Da C_a für den jeweilen Verstärker als Konstante betrachtet werden kann, sollen diese Terme nicht zum kapazitiven Rauschanstieg gerechnet werden. Somit erhält man aus (C.6)

$$\Delta E = \sqrt{\Delta E_0^2+\left[\frac{d\Delta E}{dC}\left(C_{ein}+C_r\right)\right]^2} \qquad (C.7)$$

mit

$$\Delta E_0 = \sqrt{8\ln 2}\,\frac{eE_i}{e_0}\sqrt{\frac{0.09C_a^2kT}{S_0\tau}+\frac{e_0\tau}{4}\left(I_0+I_F\right)+\frac{kT\tau}{2}\left(\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_r}+\frac{1}{R_{ap}}+\frac{1}{R_d}\right)+\tau A_f\left(K_1+K_2\tau\right)} \qquad (C.7a)$$

$$\frac{d\Delta E}{dC} = \sqrt{8\ln 2}\,\frac{eE_i}{e_0}\sqrt{\frac{0.3kT}{S_0\tau}+\frac{F_f}{2}+\frac{kT}{2\tau}\left(R_s+R_{as}\right)} \qquad (C.7b)$$

In ähnlicher Weise kann (C.6) modifiziert werden, um die Energieauflösung des Vorverstärkers in Abhängigkeit von der Zeitkonstanten τ zu untersuchen. Sinnvollerweise wird dafür der Vorverstärker ohne Diode betrieben. Durch die Streichung der entsprechenden Terme ergibt sich

$$ENC^2 = \frac{kT}{\tau}\cdot X+\frac{\tau}{2}\cdot Y+Z \qquad (C.8)$$

mit $$X = \frac{0.09C_a^2+0.3\left(C_a+C_r\right)^2}{S_0}+\frac{R_{as}\left(C_a+C_r\right)^2}{2}$$

$$Y = \frac{e_0I_F}{2}+kT\left(\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_r}+\frac{1}{R_{ap}}\right)$$

$$Z = \frac{F_f}{2}\left(C_a+C_r\right)^2$$