Anhang D

Parameter der inneren Helix-Lage

In diesem Teil werden die Parameter der Helix beschrieben. Berechnet wird der Krümmungsradius und es werden die Radien der einzelnen Lagen angegeben.

D.1. Begleitendes Dreibein der Helix

Eine Schraubenlinie in Zylinderkoordinaten lautet wie folgt : $\vec{r}(\varphi)=\begin{pmatrix} r\cdot\cos\varphi \\ r\cdot\sin\varphi \\ b\cdot\varphi \end{pmatrix}.$

Dabei sind r der Radius, b die Steigung und φ der Polarwinkel der Schraubenlinie. Mit Hilfe des "Begleitenden Dreibeins" [GRE89], eines mit der Kurve mitgeführten Koordinatensystems (Fig.D.1), lassen sich folgende Parameter der Helix berechnen :

Bogenlänge : $s(\varphi)=\int ds=\int\frac{|d\vec{r}|}{d\varphi}d\varphi,$ mit $\frac{|d\vec{r}|}{d\varphi}=\sqrt{r^2+b^2}$ folgt : $s(\varphi)=\varphi\cdot\sqrt{r^2+b^2}$

Tangentialvektor : $$\vec{T}=\frac{d\vec{r}}{ds}=\frac{1}{\sqrt{r^2+b^2}}\cdot\frac{d\vec{r}}{d\varphi}=\frac{1}{\sqrt{r^2+b^2}}\cdot\begin{pmatrix} -r\cdot\sin\varphi \\ r\cdot\cos\varphi \\ b \end{pmatrix}.$$

Krümmung κ : $$\frac{d\vec{T}}{ds}=\frac{1}{r^2+b^2}\cdot\begin{pmatrix} -r\cdot\cos\varphi \\ -r\cdot\sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix}=\kappa\cdot\vec{N}.$$

Krümmungsradius ρ : $$\kappa=\frac{r}{r^2+b^2}=\frac{1}{\rho}$$

Normalenvektor : $$\vec{N}=-\begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Binormalenvektor $\vec{B}$: $$\vec{B}=\vec{T}\times\vec{N}=\frac{1}{\sqrt{r^2+b^2}}\cdot\begin{pmatrix} b\cdot\sin\varphi \\ -b\cdot\cos\varphi \\ r \end{pmatrix}.$$

Torsion τ : $$\frac{d\vec{B}}{ds}=-\tau\cdot\vec{N}=\tau\cdot\begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{r^2+b^2}}\cdot\frac{d\vec{B}}{d\varphi}=\frac{b}{\sqrt{r^2+b^2}}\cdot\begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix}\Rightarrow\tau=b.$$

Mit h, der Höhe der Schraubenlinie entlang z und δ, dem Abwickelwinkel, gilt .$b={}^{h}\!/_{\delta}$

D.2. Helixparameter

Die Helixparameter, wie folgt angegeben, sind die der optimierten Helix [WIE], [DOR93]. Der Radius der Faserzentren, der Abwickelwinkel δ, und die Länge der jeweiligen Lage, sind in der folgenden Tabelle angegeben. Daraus läßt sich die Steigung $b = 1 / \delta$ berechnen und damit die in D.1. angegebenen Größen wie Krümmungsradius ρ und Torsionsradius $1/\kappa$.

Lage Nr. : n	1	2	3	4
Radius r_n (mm)	82.0	85.6	89.2	92.8
Wickelwinkel δ_n (deg)	2.845	2.857	2.861	2.866
Länge der Lage h_n (mm)	517.73	540.46	563.19	585.92
⇒ Steigung b_n (mm/rad)	181.54	189.16	196.88	204.45
⇒ Krümmungsradius ρ_n (mm)	483.9	503.6	523.7	542.8

Tab.D : Variation der Helixparameter von Lage zu Lage der szintillierenden Fasern der Helix des EDDA-Detektors.

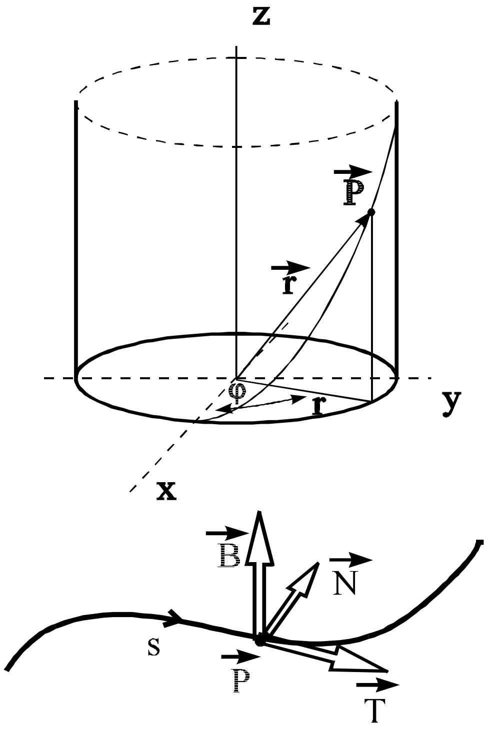

Fig.C.1. : Parametrisierung einer Schraubenlinie in Zylinderkoordinaten und begleitendes Dreibein im Punkt P einer Kurve s